

**Fundamentos
da Metrologia**



**e Avaliação da
Conformidade**

Incerteza da Medição



SUMÁRIO

Introdução:

1. Definições

Conceitos Básicos:

Medição

Erros, efeitos e correções

2. Incerteza da medição

Principais Fontes de Incerteza

Avaliação da Incerteza Padrão

Como expressar o resultado das medidas

Síntese da aula

Glossário

Referências

“Na incerteza, os indivíduos criam instintos inovadores.
Na rotina, padrões repetitivos.”

Thimer

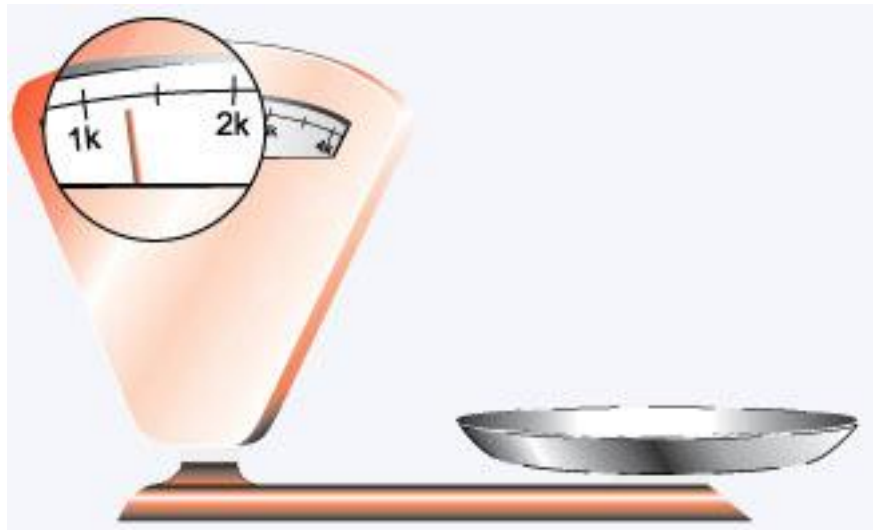
Introdução

Nunca temos a garantia de que uma medição seja perfeita. A incerteza da medição representa a dúvida que existe em relação a qualquer medição. Por conta de diversos fatores que discutiremos a seguir, existe sempre uma dispersão nos valores obtidos em medições sucessivas. Quantificando essa dispersão, podemos dizer quão confiantes somos em nossas medições.

Imagine que estamos usando um instrumento grosseiro, inadequado para a medição que pretendemos fazer. Pense no caso de usar uma régua escolar para medir a espessura de um CD. Ou uma balança daquelas antigas de feira, daquelas de mola, para medir a massa de um tubo de pasta de dente. Nesses casos, a maior dúvida advém do próprio instrumento de medição.

Vamos buscar entender melhor este conceito em um exemplo do cotidiano. Usando uma balança de feira, com marcações em kg, pede-se para medir a massa de uma certa quantidade de batatas. A balança mostra que passou de 1 kg, mas não chegou a 1,5 kg. O vendedor diz que tem 1,3 kg, mas você acha que tem 1,2 kg. Mas qual será o verdadeiro valor associado a esta medição? Podemos afirmar que ambos estão certos, pois estão em uma faixa de medida aceitável, por não haver uma precisão no instrumento.

Esta faixa de dúvida da medida chamamos de incerteza da medição.



Todo resultado de uma medição apresenta uma incerteza associada e o que se procura, na realidade, é estimar os valores da medida da incerteza da

melhor forma possível. A incerteza sempre existirá e nunca poderá ser eliminada, uma vez que o valor verdadeiro da grandeza é estimado. Na prática usa-se o valor padrão como valor verdadeiro convencional.

O conceito de incerteza como um atributo quantificável é relativamente novo na história da medição, embora erro e análise de erro tenham sido, há muito tempo, uma prática da ciência da medição ou metrologia.

É agora amplamente reconhecido que, quando tenham sido avaliados todos os fatores que afetam a medição e as correções adequadas tenham sido aplicadas, ainda permanece uma incerteza sobre quão correto é o resultado declarado. Portanto, permanece uma dúvida acerca de quão corretamente o resultado da medição representa o valor da grandeza que está sendo medida.

Da mesma forma como o uso do Sistema Internacional de Unidades (SI) trouxe coerência a todas as medições científicas e tecnológicas, um consenso mundial sobre a avaliação e expressão da incerteza de medição permite que o significado de um vasto espectro de resultados de medições na ciência, engenharia, comércio, indústria e regulamentação, seja prontamente compreendido e apropriadamente interpretado. Nesta era de mercado global, é imperativo que o método para avaliar e expressar a incerteza seja uniforme em todo mundo, de forma tal que as medições realizadas em diferentes países possam ser facilmente comparadas.

É importante estimar a incerteza de medição e fazer com que o seu valor seja o menor possível. No caso da produção, a incerteza pode provocar um desperdício, de tal forma que faz com que uma pequena diferença na medição do produto produza altas perdas financeiras por ano. Mas existem limites aceitáveis, para uma característica de um componente, produto ou processo, que se obedecidos não comprometem a qualidade. Há necessidade de manter um equilíbrio entre custo e benefício. Pois tolerância muito apertada encarece o produto e muito negligente compromete sua qualidade. Por exemplo, não é necessária tanta precisão na fabricação de um prego comum, senão ele ficaria muito caro. Mas há necessidade de obter uma maior precisão em fabricar os componentes de um chip, senão ele não funcionará corretamente.

1. Definições

A palavra “incerteza” significa dúvida. Assim no sentido mais amplo, “incerteza de medição” significa dúvida acerca da validade do resultado de uma medição.

A definição de incerteza da medição de acordo com o VIM é:

Parâmetro associado ao resultado de uma medição que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentadamente atribuídas ao mensurando.

Defini-se incerteza padrão como:

Incerteza do resultado de uma medição expressa como desvio padrão.

Conceitos Básicos

- **Medição:**

O objetivo de uma medição é determinar o valor de uma grandeza específica (**mensurando**) a ser medida. Uma medição começa, portanto, com uma especificação apropriada do **mensurando**, do **método de medição** e do **procedimento de medição**. Em geral, o **resultado de uma medição** é somente uma aproximação ou **estimativa** do valor do mensurando, do **método de medição** e do **procedimento de medição**. Este resultado só é completo quando acompanhado pela declaração de **incerteza** dessa estimativa.

Em muitos casos, o resultado de uma medição é determinado com base em séries de observações obtidas sob **condições de repetitividade**. Supõe-se que as variações em observações repetidas surjam porque as **grandezas de influência** que possam afetar o resultado da medição não são mantidas completamente constantes.

O modelo matemático da medição que transforma o conjunto de observações repetidas no resultado de medição é de importância crítica, porque, em adição às observações, ele geralmente inclui várias grandezas de influência que não são exatamente conhecidas. Essa falta de conhecimento contribui para a incerteza do resultado da medição, assim como contribuem as

variações das observações repetidas e qualquer incerteza associada com o próprio modelo matemático.

- **Erros, efeitos e correções:**

Em geral, uma medição tem imperfeições que dão origem a um erro no resultado da medição. Há diversos tipos de erros possíveis, mas podemos englobá-los basicamente em duas categorias: **aleatórios** e **sistemáticos**. Aqui já estamos eliminando **erros grosseiros** que podem decorrer, por exemplo, da má leitura das escalas, de ajustes imperfeitos do instrumento, ou seja, basicamente da imperícia ou desatenção da pessoa que está medindo.

Os **erros aleatórios** decorrem de fatores não controlados na realização de medidas e seu efeito consiste em produzir ao acaso acréscimos e decréscimos no valor obtido. Estes **efeitos aleatórios** são a causa de variações em observações repetidas do mensurando. Embora não seja possível compensar o erro aleatório de um resultado de medição, ele pode geralmente ser reduzido aumentando-se o número de observações; seu **valor esperado** é zero.

Os **erros sistemáticos** também não podem ser eliminados, porém podem ser reduzidos. Se um erro sistemático se origina de um efeito reconhecido de uma grandeza de influência em um resultado de medição, por exemplo, a má calibração de uma balança pode crescer sistematicamente sempre a mesma quantidade nas medidas de uma determinada massa, este efeito pode ser quantificado e corrigido.

Um **fator de correção** pode ser aplicado para compensar este efeito. Supõe-se que, após esta correção, o valor esperado do erro provocado por um efeito sistemático seja zero.

- **Resumindo:**

Os erros grosseiros podem e devem ser eliminados; os erros sistemáticos podem ser evitados ou compensados; os erros aleatórios não podem ser eliminados totalmente e deve-se conviver com eles, avaliando-os corretamente.

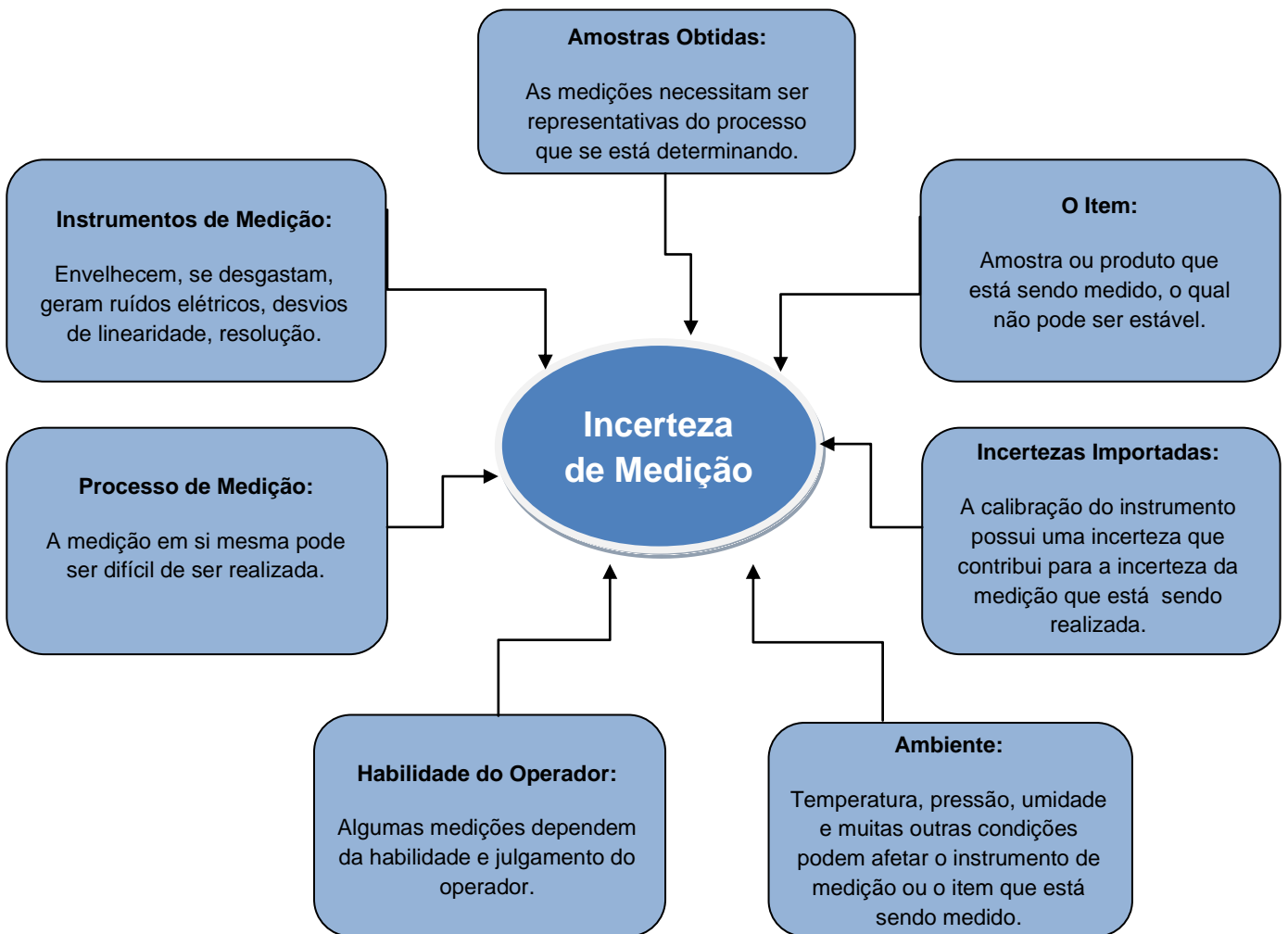
2. Incerteza da medição

A incerteza do resultado de uma medição reflete a falta de conhecimento exato do valor do mensurando. O resultado de uma medição, após correção dos efeitos sistemáticos reconhecidos, é ainda, tão somente uma estimativa do valor do mensurando, por causa da incerteza proveniente dos efeitos aleatórios e da correção imperfeita do resultado para efeitos sistemáticos. Na prática existem muitas fontes possíveis de incerteza, como:

- Definição incompleta do mensurando;
- Realização imperfeita da definição do mensurando;
- Amostragem não-representativa - a amostra medida pode não representar o mensurando definido;
- Conhecimento inadequado dos efeitos das condições ambientais sobre a medição ou medição imperfeita das condições ambientais;
- Erro de tendência pessoal na leitura de instrumentos analógicos;
- Resolução finita do instrumento ou limiar de mobilidade;
- Valores inexatos dos padrões de medição e materiais de referência;
- Valores inexatos de constantes e outros parâmetros obtidos de fontes externas e usados no algoritmo de redução de dados;
- Aproximações e suposições incorporadas ao método e procedimento de medição;
- Variações nas observações repetidas do mensurando sob condições aparentemente idênticas.

Estas fontes não são necessariamente independentes e algumas das fontes de (a) a (i) podem contribuir para a fonte (j). Naturalmente, um efeito sistemático não reconhecido não pode ser levado em consideração na avaliação da incerteza do resultado de uma medição, porém contribui para seu erro.

As Principais Fontes de Incerteza de Medição



Avaliação da incerteza Padrão

Na maioria dos casos, a melhor estimativa disponível do valor esperado de uma grandeza q que varia aleatoriamente e para qual n observações independentes q_k foram obtidas sob as mesmas condições de medição, é a média aritmética ou média \bar{q} das n observações:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (1)$$

Vamos traduzir isso num exemplo. Estamos medindo a massa de um corpo e repetimos a medida 5 vezes, encontrando diversos valores: 12,1 kg, 12,3 kg, 11,9 kg, 12,0 kg e 11,7 kg.

A grandeza q é a massa do corpo. A melhor estimativa dessa massa é a média aritmética dos resultados das medições, que é igual a 12,0 kg.

As observações individuais q_k diferem em valor por causa de variações aleatórias nas grandezas de influência dos efeitos aleatórios. A **variância experimental** $s^2(q_k)$ das observações é dada por:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2 \quad (2)$$

Voltemos ao nosso exemplo. Vamos montar uma tabela para que esse passo fique mais claro.

Medição	Valor (kg)	Média (kg)	$(q_k - \langle q \rangle)$ (kg)	$(q_k - \langle q \rangle)^2$ (kg ²)
1	12,1	12,0	0,1	0,01
2	12,3	12,0	0,3	0,09
3	11,9	12,0	-0,1	0,01
4	12,0	12,0	0,0	0,00
5	11,7	12,0	-0,3	0,09
SOMA	60,0		0,0	0,20

A variância experimental será $s^2(q_k) = (0,2 \text{ kg}^2)/4 = 0,05 \text{ kg}^2$

Note que dividimos a soma dos quadrados por $(n-1) = 4$

A raiz quadrada positiva desta variância $s(q_k)$ é denominada **desvio padrão experimental** e caracteriza a variabilidade dos valores q_k observados, mais especificamente, sua dispersão em torno da média.

No nosso exemplo, o desvio padrão experimental é $s(q_k) = 0,224 \text{ kg}$
A **variância da média**, $s^2(\bar{q})$ é dada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (3)$$

Voltemos ao nosso exemplo. No caso acima, havíamos calculado

$$s^2(q_k) = 0,05 \text{ kg}^2$$

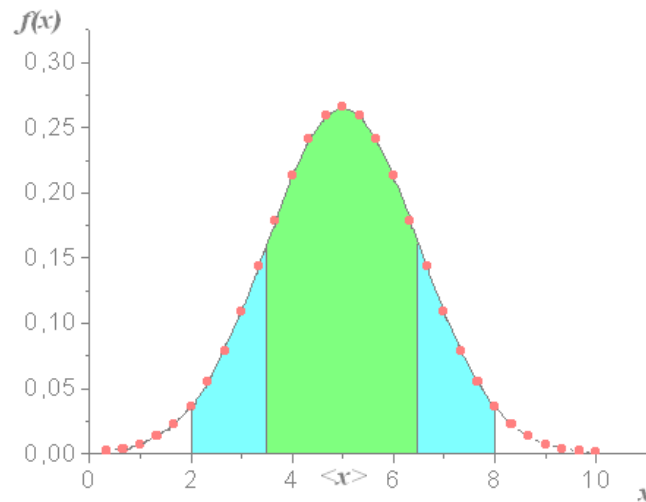
Portanto, **variância da média**, $(s^2(\bar{q})) = (0,05 \text{ kg}^2)/5 = 0,01 \text{ kg}^2$.

A raiz quadrada positiva de $(s^2(\bar{q}))$ é o **desvio padrão experimental da média** $(s(\bar{q}))$. Este valor quantifica quão bem estima o valor esperado de q e qualquer um dentre eles pode ser usado como medida da incerteza de .

Finalmente, para nosso exemplo, o **desvio padrão experimental da média** $(s(\bar{q})) = 0,1 \text{ kg}$. Esse valor quer nos dizer que temos uma certeza de que em quase 68% de nossas medições, teremos a média entre 11,9 kg e 12,1 kg. Temos então um intervalo que quantifica nossa incerteza.

Esta estimativa da variabilidade das medidas, devido a erros aleatórios, por meio do desvio padrão, supõe que a frequência das medidas obedece à distribuição gaussiana. Essa é uma hipótese muito comum e muito importante. Significa que, se fizermos um conjunto muito grande de medidas e construirmos um gráfico que representa a frequência de ocorrência das medidas pelos valores encontrados, iremos obter uma curva como a representada na figura abaixo.

Nesta figura temos a representação gráfica de uma distribuição normal. Essa distribuição tem média igual a cinco e desvio igual a 1,5. A área verde tem limites inferiores à média menos um desvio e limite superior à média mais um desvio. Estão indicadas as percentagens de casos por desvio padrão. Essa curva é obtida para um número muito grande de medidas. As porcentagens significam que pouco mais de 68% das nossas medidas estão em torno da média acrescida ou diminuída de um desvio padrão (área verde). Perto de 95% das medidas estão num intervalo que entre a média diminuída de duas vezes o desvio padrão até a média acrescida de duas vezes o desvio padrão (área azul).



Como expressar o resultado das medidas:

A incerteza pode ser interpretada como a responsável pela avaliação da qualidade dos resultados, ela reflete a falta de conhecimento exato do valor do mensurando. O resultado de uma medição, após correção dos efeitos sistemáticos reconhecidos, é ainda, tão somente, uma estimativa do valor do mensurando por causa da incerteza proveniente dos efeitos aleatórios e da correção imperfeita do resultado para efeitos sistemáticos. O resultado é completo somente quando acompanhado por uma quantidade que declara sua incerteza. Assim, o resultado da medição R deve sempre ser expresso na forma:

$$R = X \pm U [\text{unidade de medição}]$$

Onde X é a media dos resultados obtidos do conjunto de medições e U é a incerteza final.

Abaixo apresentamos algumas regras de cálculo de incertezas de grandezas que são obtidas indiretamente. Tomamos alguns casos mais comuns. Embora não possam abranger todos os possíveis casos, têm utilização bastante ampla.

Soma (ou subtração) de grandezas:

Suponha que uma grandeza W é definida como $W = aX + bY$, onde a e b são constantes. A incerteza combinada é assim calculada:

$$u_c^2(\bar{w}) = a^2 u^2(\bar{x}) + b^2 u^2(\bar{y})$$

Multiplicação (ou divisão) de grandezas:

Suponha que uma grandeza W é definida como $W = aXY$, onde a é constante. A incerteza combinada é assim calculada:

$$\frac{u_c^2}{\bar{w}^2} = \frac{u_c^2}{\bar{x}^2} + \frac{u_c^2}{\bar{y}^2}$$

Finalmente, o valor da grandeza W deve ser expresso como:

$$W = \bar{w} \pm 2u_c$$

A incerteza deve ser expressa com dois algarismos significativos. Isso se deve ao fato de que existe uma incerteza na incerteza. A expressão final da grandeza, então, será determinada pela ordem de grandeza dos algarismos significativos da incerteza combinada.

Chamamos a atenção do aluno para o fato de que apresentamos aqui uma versão bastante simplificada do cálculo da incerteza. Incerteza é um conceito qualitativo. A incerteza, como conceito quantitativo, deve ser devidamente qualificada com adjetivo conveniente. Mais uma vez chamamos a atenção para o fato de que erro e incerteza são conceitos bastante diferentes, que devem ser escrupulosamente distinguidos, especialmente para fins didáticos.

A incerteza padrão é a incerteza dada na forma de desvio padrão. A incerteza pode ser de dois tipos: tipo A e tipo B.

A **incerteza tipo A** é a incerteza avaliada a partir da análise de uma série de observações, realizada conforme os métodos da estatística clássica (como fizemos anteriormente). A **incerteza tipo B** é a incerteza avaliada por quaisquer outros métodos, que não os métodos estatísticos clássicos. Em

geral, para estimar a incerteza tipo B, os métodos empregados correspondem à estatística bayesiana.

Incerteza combinada é a que resulta da combinação de incertezas tipo A e tipo B, para se obter a incerteza final.

Um esforço internacional para uniformizar a compreensão deste conceito resultou no Guia de Expressão da Incerteza de Medição (ISO-GUM), documento obrigatório para aquele que quiser se especializar nesse campo. Recomendamos ao aluno mais curioso a leitura do texto do Professor Vuolo, do Instituto de Física da USP, publicado na Revista Brasileira de Ensino de Física.

• **Exemplo:**

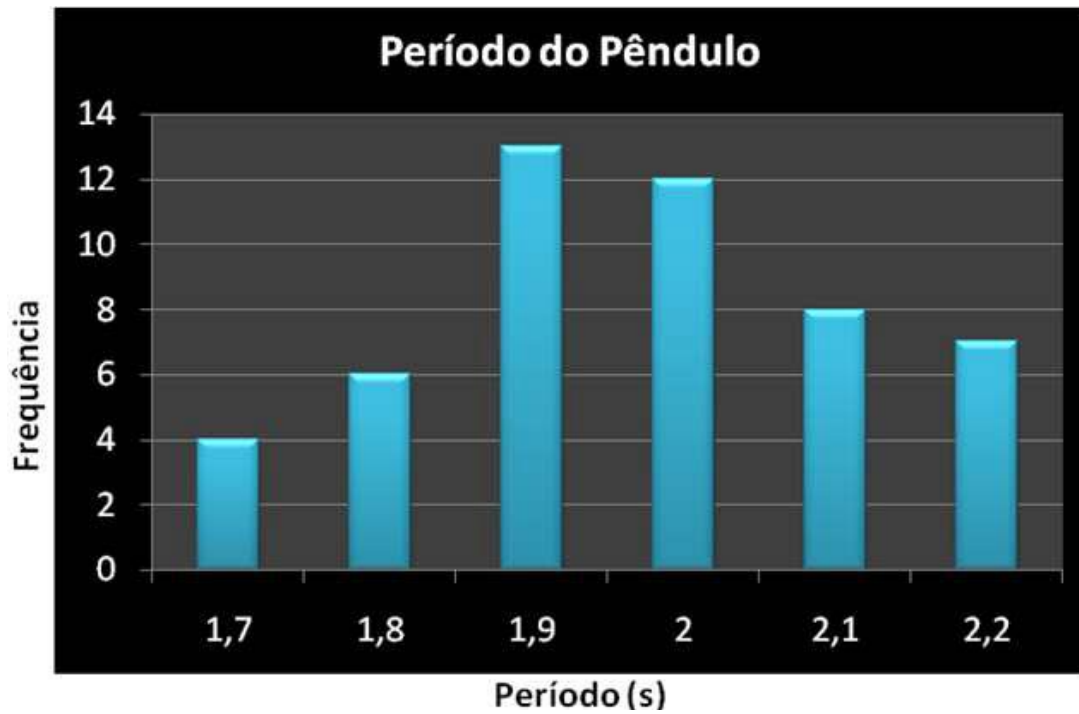
Na tabela abaixo estão listadas as medidas do período T de um pêndulo, todas dadas em segundos (s). Foram feitas 50 medidas com um cronômetro digital de precisão de 1 casa decimal, sendo que os valores obtidos estão representados na tabela abaixo. Existem 50 medidas sendo que, 4 vezes obtivemos um período de 1,7 segundos, 6 vezes com 1,8 segundos e assim sucessivamente, como podemos observar na tabela .

f	T(s)
4	1,7
6	1,8
13	1,9
12	2
8	2,1
7	2,2

f representa a frequência com que cada resultado foi obtido, isto é, o número de vezes que cada resultado foi obtido. T representa o período, medido em segundos.

Queremos responder a pergunta: Qual é o período do pêndulo?

No gráfico abaixo, colocamos uma distribuição destes valores. Cada coluna tem uma altura dada pelo número de vezes que cada medida apareceu. Na régua horizontal temos os valores que foram medidos. Com uma certa dose de boa vontade, você pode concordar que o formato de uma curva que passasse nos pontos extremos das colunas, poderia lembrar a curva normal que representamos anteriormente. Como afirmamos, se um número muito grande de medidas fosse feito, cada vez mais essa curva se aproximaria da distribuição normal.



Vamos agora calcular os valores dos parâmetros discutidos acima, nas equações (1), (2) e (3):

A média é dada por:

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n T_k = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_{30}}{N} = \frac{4 \cdot 1,7 + 6 \cdot 1,8 + 13 \cdot 1,9 + 12 \cdot 2,0 + 8 \cdot 2,1 + 7 \cdot 2,2}{50} = 1,97$$

Usando a equação (2):

$$s^2(T_K) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (T_k - \bar{T})^2$$

podemos calcular $s(T)$ de tal forma

$$s(T) = \sqrt{\frac{(T_1 - \bar{T})^2 + (T_2 - \bar{T})^2 + (T_3 - \bar{T})^2 + \dots + (T_{30} - \bar{T})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1,045}{49}} = 0,14603606 \text{ s}$$

Usando a equação (3):

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2$$

podemos calcular de tal forma:

$$s(\bar{T}) = \sqrt{\frac{(T_1 - \bar{T})^2 + (T_2 - \bar{T})^2 + (T_3 - \bar{T})^2 + \dots + (T_{50} - \bar{T})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{1,045}{245}} = 0,02065262$$

Esses três valores foram escritos com todos os dígitos fornecidos por uma calculadora. Devemos chamar a atenção de que não faz sentido trabalhar com algarismos além do primeiro afetado de imprecisão.

Agora vamos calcular com quantos algarismos vamos expressar a incerteza. Vamos usar duas expressões, que nos dão os limites dessa incerteza:

$$S_{s(T)} = \frac{s(T_k)}{\sqrt{2n}} = \frac{0,14603606}{\sqrt{100}} \cong 0,01 \text{ s}$$

$$S_{s(\bar{T})} = \frac{s(T_k)}{\sqrt{2n}} = \frac{0,02065262}{\sqrt{100}} \cong 0,002 \text{ s}$$

Portanto o desvio padrão da medida tem o algarismo dos centésimos afetado de imprecisão e o desvio padrão da média, o dos milésimos. Isto permite escrever:

$$s(T) = 0,15 \text{ s}$$

$$s(\bar{T}) = 0,021 \text{ s}$$

Estes dois valores determinam dois intervalos de confiança em torno da média (1,97s), a saber, considerando o desvio padrão da medida ($\pm 0,15\text{s}$) (1,82s; 2,12s) considerando o desvio padrão da média ($\pm 0,021\text{s}$) (1,949s; 1,991s)

De acordo com as expressões (4) e (5), pode-se expressar o resultado levando-se em conta o desvio padrão da média, nas duas formas:

$$T = 1,970 \pm 0,021 \text{ ou } T = 1,970 \pm 1,1\% s$$

Note-se a coerência entre as casas decimais da média e do desvio padrão da média.

Convém ainda observar que é possível diminuir o desvio padrão da média simplesmente aumentando o número de medidas n , pois $s(\bar{q}) \approx \frac{1}{\sqrt{n}}$, enquanto o desvio padrão da medida e a média devem permanecer aproximadamente iguais com o aumento de n . Na prática, em geral, 10 medidas de uma grandeza já são suficientes para obter informações valiosas sobre a média o desvio padrão da medida e da média.



Síntese da Aula

Nessa aula, discutimos o conceito de incerteza e vimos como expressá-la.

A **incerteza da medição** representa a dúvida que existe em relação a qualquer medição, ou seja, repetidas medições nos dão valores diferentes e há uma dispersão destes valores. Quantificando essa dispersão, podemos dizer quão confiantes somos em nossas medições.

Chamamos a atenção para o fato de que erro e incerteza são conceitos bastante diferentes, que devem ser escrupulosamente distinguidos. Discutimos os diversos fatores que podem afetar as medições, que podem resultar na incerteza, ou dúvida, nessas medições. Mencionamos que as incertezas podem ser de dois tipos:

- A **incerteza tipo A** é a incerteza avaliada a partir da análise de uma série de observações, realizada conforme os métodos da estatística clássica. Nessa aula só discutimos a avaliação da incerteza do tipo A.
- A **incerteza tipo B** é a incerteza avaliada por quaisquer outros métodos, que não os métodos estatísticos clássicos.

Finalmente, introduzimos os diversos parâmetros que permitem a avaliação da incerteza (média, desvio padrão, desvio padrão da média) e de como calcular a incerteza para grandezas que são obtidas por operações com outras medidas diretamente.



Glossário

Valor padrão: Valor de uma grandeza compatível com a definição da grandeza.

Valor verdadeiro convencional: É o valor atribuído a uma grandeza por um acordo, para um dado propósito. Geralmente considera-se que um valor convencional está associado a uma incerteza de medição convenientemente baixa, que pode ser nula.

Grandezas de influência: São as grandezas que não são o mensurando, mas que afetam o resultado de medição deste.

Valor esperado: é a soma das probabilidades de cada possibilidade de saída da experiência multiplicada pelo seu valor. Isto é, representa o valor médio "esperado" de uma experiência se ela for repetida muitas vezes.

Fator de correção: fator numérico pelo qual o resultado não corrigido de uma medição é multiplicado para compensar um erro sistemático.

Distribuição gaussiana: é uma das mais importantes distribuições da estatística, conhecida também como Distribuição de Normal. Além de descrever uma série de fenômenos físicos e financeiros, possui grande uso na estatística inferencial. É inteiramente descrita por seus parâmetros de média e desvio padrão, ou seja, conhecendo-se estes consegue-se determinar qualquer probabilidade em uma distribuição Normal.



Referências

GALLAS, Márcia Russman – Incerteza da medição –IF-UFRGS –
<http://www.if.ufrgs.br/~marcia>

SOUZA, André Roberto de; JÚNIOR, Armando Albertazzi Gonçalves -
fundamentos de metrologia científica e industrial - Ed.Manole, 2008.

Vocabulário internacional de termos fundamentais e gerais de Metrologia:
portaria INMETRO nº. 029 de 1995 / INMETRO, SENAI - Departamento
Nacional. 5. Ed. – Rio de Janeiro: Ed. SENAI, 2008.

FIDÉLIS, Gilberto Carlos- Incerteza da medição- CECT – Florianópolis – SC.
<http://www.cect.com.br>

Vuolo, J. H., Avaliação e Expressão da Incerteza em Mediação, Revista
Brasileira de Ensino de Física, v. 21, n. 3 (1999)

ISO-GUM-Guia para a expressão da incerteza de medição - 3ª Ed. Brasileira,
ABNT, INMETRO, 2003.