Erros de Medição

INMETRO

Erros de Medição

Inmetro – Abril de 2017

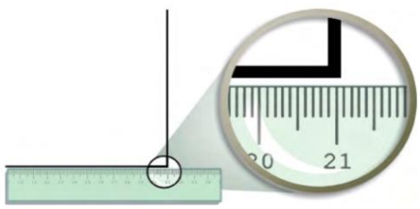
1 – Introdução

Se realizarmos uma série de medidas de uma mesma grandeza, tal como o tempo de queda de certa massa a uma dada altura fixa, mesmo que seja empregado o mesmo método, os mesmos instrumentos de medição e as mesmas condições experimentais, possivelmente obteremos resultados um pouco diferentes entre si. Dessa forma, qual o valor que deve ser assumido como a medida mais adequada para a grandeza e como devemos expressar os resultados obtidos? Para pacificarmos essa questão, precisamos entender o conceito de erro e de incerteza. Nesta aula abordaremos especificamente as questões que envolvem o erro. Além disso, no anexo que consta no final desta aula, veremos regras de arredondamento e estudaremos alguns conceitos sobre algarismos significativos.

O erro sempre está presente em qualquer processo de medição. Assim, é fundamental que um agente de metrologia legal saiba interpretar o seu significado, haja vista que esse conceito fará parte da sua rotina de trabalho. O valor exato que uma grandeza física possui só poderia ser obtido através de uma medição dita perfeita, o que na prática não é possível, pois nossos processos de medição sempre carregam alguma imprecisão. Vamos ilustrar essa afirmação com um exemplo bem simples: a medida da largura de uma folha de papel feita com uma régua comum, com marcação em centímetros e milímetros.

Você coloca a régua com o zero da parte esquerda coincidindo com a beirada da folha e verifica em que marca na régua está a outra beirada. No detalhe ampliado de nossa ilustração, você percebe que a ponta está quase coincidindo com a marca 21 cm. Fica um pouco à direita, algo entre 21,0 cm e 21,1 cm. Ou seja, temos uma incerteza em relação ao valor correto. Agora vamos supor que o valor medido seja considerado como 20,05 cm e que o valor de referência para o tamanho da folha, que é declarado pelo fabricante (valor esse obtido através de uma metodologia ou instrumento mais preciso), seja de 20,065 cm. Assim, a diferença entre o valor medido (20,05 cm) e o valor de referência (20,065 cm) é o erro da medição.

Você pode fazer uma estimativa do valor da grandeza com certa margem de dúvida (incerteza). Mas um colega seu poderia falar em algo um pouco diferente. Ambos concordariam que o valor está entre 21,0 cm e 21,1 cm, mas poderiam divergir sobre o quanto seria maior que 21,0 cm. Assim, os erros cometidos ao se expressar o valor da medida dessa folha de papel podem ser diferentes. Cabe ressaltar que erro é diferente de incerteza, apesar de os conceitos estarem relacionados.



Conforme já dito, quando repetimos várias vezes a medição de uma grandeza, normalmente os sucessivos resultados não coincidem. Mesmo que variem muito pouco, dificilmente se consegue uma série de valores idênticos. As causas dessas flutuações são os erros de medição.

2 – Erros de Medição

Segundo o VIM, o erro de medição é:

A diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência.

Isso pode ser expresso como:

E = X – VR

Onde:

E = erro de medição;

X = medida;

VR = valor de referência (valor verdadeiro ou valor convencional).

O erro pode ser positivo ou negativo. Um erro positivo denota que a medição do instrumento é maior que o valor verdadeiro. Um erro negativo denota que a medição é menor que o valor verdadeiro.

Nota 1: O conceito de "erro de medição" pode ser utilizado:

a) Quando existe um único valor de referência, o que ocorre se uma calibração for realizada por meio de um padrão com um valor medido cuja incerteza de medição é desprezável, ou se um valor convencional for fornecido. Nestes casos, o erro de medição é conhecido.

b) Caso se suponha que um mensurando é representado por um único valor verdadeiro ou por um conjunto de valores verdadeiros de amplitude desprezável. Neste caso, o erro de medição é desconhecido.

Note a diferença entre os casos (a) e (b). No primeiro, temos o conhecimento do erro de medição, já que a incerteza é desprezível. No segundo, não podemos conhecer o erro de medição, pois não conhecemos o valor verdadeiro.

Nota 2: Não se deve confundir erro de medição com erro de produção ou erro humano.

Agora vamos aprofundar um pouco mais o assunto analisando duas categorias de erro que constam no VIM: erros **sistemáticos** e erros **aleatórios**. Existem outras categorias, como os erros grosseiros, que normalmente são oriundos de falha humana, ocorrem apenas de forma ocasional e levam à ocorrência de valores anômalos, resultados que se diferem marcadamente de todos os outros dados de um conjunto de réplicas da medida. Não vamos avançar na discussão dos erros grosseiros porque eles são bem mais raros e de identificação mais fácil que os erros sistemáticos e os erros aleatórios. Além disso, não constam no VIM.

2.1 – Erro Sistemático

O erro sistemático é aquele que influencia as medições sempre em um mesmo sentido, ou seja, gera sistematicamente um acréscimo ou uma diminuição em relação ao valor de referência (valor verdadeiro ou convencional). Em outras palavras, o erro sistemático não tem caráter aleatório.

Para facilitar o entendimento, daremos um exemplo. Suponha que tenhamos de determinar a massa de cinco embalagens que têm os seguintes valores de referência: 1000 g, 1100 g, 1200 g, 1300 g e 1400 g. Porém, quando medimos essas massas com uma balança, encontramos os seguintes resultados: 1010 g, 1110 g, 1210 g, 1310 g e 1410 g.

Podemos perceber que todas as massas estão acrescidas de 10 gramas em relação ao valor de referência. Esse comportamento (de acréscimo ou decréscimo em todas as medidas) é típico quando temos presente alguma fonte de erro sistemático. Cabe ressaltar que normalmente as medidas não aparecem aumentadas ou diminuídas exatamente do mesmo valor, pois elas são afetadas por flutuações, especialmente originadas pelos erros aleatórios. Ou seja, mesmo que o resultado das medidas de massa anteriores fosse 1007 g, 1112 g, 1210 g, 1306 g e 1413 g, nosso processo de medição poderia estar sob a influência de algum erro sistemático (além do aleatório, claro).

A seguir estão relacionadas possíveis causas de erros sistemáticos:

- ✓ Fonte instrumental: gerada, por exemplo, pela má calibração do instrumento de medição.
- ✓ Fonte ambiental: decorrente da interferência do ambiente através de fatores como temperatura, pressão, umidade, campo magnético terrestre, etc.

- ✓ Fonte observacional: decorrente de procedimento inadequado do observador, como o erro de paralaxe quando se mede uma grandeza através de um instrumento de ponteiro.
- ✓ Fonte teórica: decorrente, em uma medida indireta, do uso de fórmulas teóricas aproximadas ou de valores aproximados de constantes físicas nelas.

Vejamos agora o conceito formal de erro sistemático que consta no VIM:

Componente do erro de medição que, em medições repetidas, permanece constante ou varia de maneira previsível.

Além disso, o VIM traz as seguintes notas sobre o erro sistemático:

Nota 1: Um valor de referência para um erro sistemático é um valor verdadeiro, ou um valor medido de um padrão com incerteza de medição

Nota 2: O erro sistemático e suas causas podem ser conhecidos ou desconhecidos. Pode-se aplicar uma correção para compensar um erro sistemático conhecido.

Nota 3: O erro sistemático é igual à diferença entre o erro de medição e o erro aleatório.

Note que a segunda observação diz respeito à possibilidade de correção de erros sistemáticos, pois esses erros afastam do valor verdadeiro convencional a média de um conjunto de medições. A calibração dos instrumentos é extremamente importante para que isso seja possível. É com ela que se determina o erro sistemático dos instrumentos de medição. Uma vez conhecido, ele deve ser corrigido.

O erro sistemático pode ser calculado a partir da seguinte definição:

Média que resultaria de um infinito número de medições do mesmo mensurando, efetuadas sob condições de repetitividade, menos o valor verdadeiro convencional do mensurando.

Es = <X> - VR (2)

Onde:

Es = erro sistemático;

<X> = média de infinitas medições;

VR = valor de referência (verdadeiro ou convencional).

Vamos analisar melhor essa fórmula. Veremos a seguir que o erro aleatório aumenta ou diminui randomicamente o valor das medidas efetuadas, ou seja, algumas recebem um acréscimo, mas outras sofrem decréscimo. Se pegarmos um número muito grande de medidas, os acréscimos e decréscimos se anulam mutuamente, fazendo com que o erro aleatório assuma um valor muito pequeno. Quando temos uma quantidade de medidas que tende a infinito, a variação provocada pelo erro aleatório tende a zero. Assim, considerando-se um número infinito de medições, a eventual divergência do valor verdadeiro com o valor encontrado é oriunda do erro sistemático.

2.1.1 – Erro Sistemático e Tendência

Na prática, não realizamos um número infinito de medições com o instrumento. Assim, o que se determina com um número finito de medições é a tendência do instrumento de medição. Chamamos essa tendência de erro sistemático de indicação do instrumento. Exemplo: São feitas quatro medidas de um comprimento, obtendo-se os valores indicados. O valor de referência é conhecido.

Medidas (mm)	Média (mm)	Valor do padrão (mm)	Erro sistemático (mm)
12,60	12,60	12,65	-0,05
12,60			
12,60			
12,60			

Cabe ressaltar que, quando o erro sistemático de um instrumento é conhecido (através do certificado de calibração do instrumento), devemos fazer o ajuste nos resultados das medições com o uso de um fator de correção. Esse fator é utilizado para eliminar o erro sistemático de um instrumento de medição. Para exemplificar, vamos supor que estamos utilizando um termômetro calibrado e no seu certificado de calibração consta que o erro de medição para a temperatura de 50,00°C é de +0,50°C (ou seja, a temperatura de referência durante a calibração era de 50,00 °C e a leitura do instrumento foi de 50,50°C). Ao efetuarmos uma medida de temperatura com esse instrumento, se encontrarmos 51,80°C, qual é o valor de temperatura que deve ser considerado correto? Ora, segundo o erro que consta no certificado de calibração, devemos descontar 0,50°C. Assim, a temperatura correta a ser considerada é de 51,30°C.

Muitas vezes os erros sistemáticos são bastante reduzidos ou insignificantes, mas ainda assim é comum observar que medidas sucessivas de uma grandeza física são discordantes. Isso se deve especialmente à existência de outro tipo de erro, o aleatório.

2.2 – Erro Aleatório

O erro aleatório é aquele que influencia as medições de forma imprevisível, ou seja, provoca alterações de forma randômica tanto para mais quanto para menos nos valores obtidos. Esses erros são de natureza diversa e muitas vezes a identificação de sua origem é difícil ou inacessível. Porém alguns podem ser reduzidos ou praticamente eliminados.

Por exemplo, podemos reduzir as flutuações nas medidas de massa fornecidas por uma balança colocando-a em uma mesa à prova de vibrações. Ou também podemos reduzir as flutuações nas medidas fornecidas por um instrumento eletrônico minimizando o ruído gerado por sinais eletromagnéticos externos ao circuito dele por meio de uma blindagem apropriada. O uso do valor da média obtida através de várias medidas de um mesmo mensurando também contribui para a diminuição do erro aleatório. Ou seja, repetir várias vezes a medida de um mesmo mensurando normalmente contribui para aumentar a exatidão da medição e diminui a incerteza do resultado.

Definição de erro aleatório segundo o VIM:

Componente do erro de medição que, em medições repetidas, varia de maneira imprevisível.

O VIM traz as seguintes notas sobre os erros aleatórios:

Nota 1: O valor de referência para um erro aleatório é a média que resultaria de um número infinito de medições repetidas do mesmo mensurando.

Nota 2: Os erros aleatórios de um conjunto de medições repetidas formam uma distribuição que pode ser resumida por sua esperança matemática ou valor esperado, o qual é geralmente assumido como sendo zero, e por sua variância.

Nota 3: O erro aleatório é igual à diferença entre o erro de medição e o erro sistemático.

Traduzindo isso para a linguagem matemática, temos:

Ea = Em - Es (3)

Onde:

Ea = erro aleatório;

Em = erro total da medição;

Es = erro sistemático.

Vamos analisar um exemplo em que calculamos o erro aleatório de uma série de medidas. Supondo que o valor de referência seja de 12,55 kg e que não exista nenhum erro sistemático em nossas medições, dados os valores da tabela a seguir, vamos calcular o erro aleatório de cada medida.

Medidas (Kg)	Referência (Kg)	Erro aleatório (Kg)
12,54	12,55	-0,01
12,57		0,02
12,58		0,03
12,55		0,00

Nesta tabela estão expressos os erros aleatórios de cada uma das medidas individuais. Quando fazemos mais de uma medição do mesmo mensurando, consideramos como resultado a média dos valores obtidos. Assim, o erro é calculado comparando-se a média com o valor de referência.

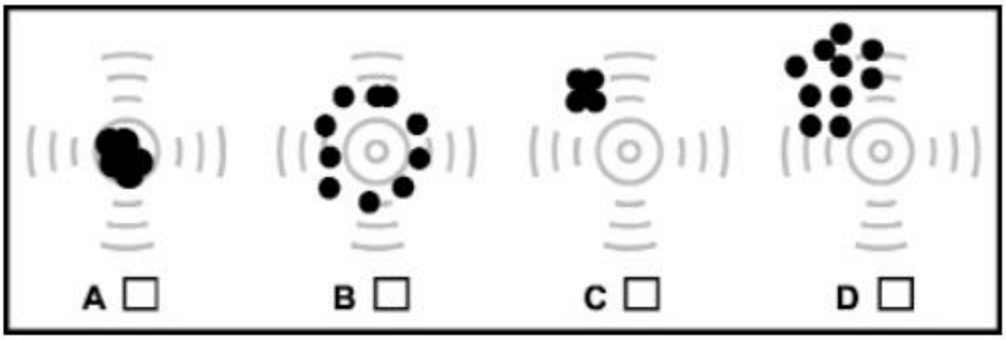
A média dos valores nesta tabela é igual a 12,56 kg. Assim, o erro da medição é:

12,56 kg – 12,55 kg = 0,01 kg

Observe que a média dos erros aleatórios não originou zero. Isso é devido ao fato de termos o valor de apenas quatro medidas. Para que possamos afirmar com convicção que a média dos erros aleatórios será igual a zero, precisamos de um número infinito de medições. Muitas vezes, mesmo com poucas medidas, a média do erro aleatório acaba resultando em zero. Isso não é obrigatório, mas uma coincidência, mesmo que comum.

2.3 – Ilustração sobre o Erro Sistemático e o Erro Aleatório

Para melhor entendermos a diferença entre o erro sistemático e o erro aleatório, vamos usar o exemplo ilustrado a seguir. Suponha que vamos testar a habilidade de quatro atiradores, cada um com sua arma.



O atirador A conseguiu acertar os tiros praticamente no centro do alvo, o que demonstra um erro sistemático quase não observável (pois as marcas estão praticamente equidistantes do centro) e um erro aleatório (dispersão dos tiros) baixo.

O atirador B apresentou um espalhamento muito grande em torno do centro do alvo (erro aleatório alto), porém os tiros estão aproximadamente equidistantes do centro. Isso implica um erro sistemático baixo.

O atirador C apresenta baixa dispersão (reduzido erro aleatório), porém todos deslocados para um mesmo lado em relação ao centro do alvo. Isso indica algum erro sistemático (como uma arma com mira desregulada).

O atirador D apresenta um espalhamento muito grande e todos deslocados para o mesmo lado em relação ao centro do alvo. Isso pode ser traduzido como elevado erro aleatório e sistemático.

Resumindo:

Atirador	Erro Sistemático	Erro Aleatório
A	Baixo	Baixo
B	Baixo	Elevado
C	Elevado	Baixo
D	Elevado	Elevado

Veremos agora algumas outras nomenclaturas e classificações comumente utilizadas para os erros. Esses termos são bastante utilizados em metrologia legal.

3 – Erros e a Metrologia Legal

3.1 – Erro de Histerrese

A histerese é a tendência de um instrumento, material ou sistema de medição conservar suas propriedades na ausência do estimulo que as gerou. Esse é um fenômeno bastante típico nos instrumentos mecânicos.

O erro de histerese pode ser definido como:

A maior diferença (em módulo) entre os valores medidos na carga e os medidos na descarga de um instrumento de medição.

A carga é a aplicação de um estimulo sistematicamente crescente ao instrumento de medição e a descarga é a diminuição continua do estimulo. Para facilitar o entendimento, vamos exemplificar considerando um ensaio para a determinação do erro de indicação de uma balança. Supondo que iniciamos o processo adicionando um peso-padrão de 1 kg. Aguardamos a balança estabilizar e fazemos a leitura do valor indicado. Depois fazemos a mesma coisa adicionando uma carga total de 5 kg, 10 kg e 15 kg. Em seguida retiramos 5 kg e fazemos a leitura da balança (massa total de 10 kg). Na sequência, repetimos o processo retirando mais 5 kg. E, por último, retiramos mais 4 kg da balança para ficarmos com uma carga total de 1 kg. O processo de acrescentar massa sobre abalança é chamado de carga e o de retirada de massa sobre a balança, de descarga. Quando comparamos os valores indicados pela balança durante a carga e durante a descarga para uma mesma massa, podemos observar alguma divergência. A diferença entre esses valores é o erro de histerese.

Esse erro é bastante comum em instrumentos como balanças, dinamômetros e manômetros analógicos.

No exemplo a seguir, vamos calcular o erro de histerese encontrado no ensaio de uma balança.

Exemplo:

Massa adicionada (Valor do padrão) kg	Massa adicionada (Valor %)	Indicação do instrumento na carga (kg)	Indicação do instrumento na descarga (kg)
0	0	0	0
10	20	11	10
20	40	19	19
30	60	30	30
40	80	39	41
50	100	49	50

Ao atingir o valor de 100%, devemos colocar uma pequena massa adicional e logo retirá-la, para que o instrumento possa medir o valor máximo na descarga. Percebemos que, nos pontos de 10 kg, 40 kg e 50 kg, existe uma diferença entre os valores na carga e na descarga: 1 kg para as massas de referência 10 e 50 kg (11–10; 50–49) e 2 kg para a massa de referência de 40 kg (41–39). Neste exemplo, então, a histerese da balança é de 2 kg, pois é a maior diferença encontrada. Quando for diferente de zero, o valor do erro de histerese sempre assume um valor positivo, pois o calculamos fazendo: maior valor - menor valor.

3.2 – Erro Fiducial

Apesar de a definição de erro fiducial ter sido excluída da última edição do VIM, o agente de metrologia legal poderá se deparar com esse termo. Consta a seguinte definição no VIM de 2007: Erro fiducial é o erro de um instrumento de medição dividido por um valor especificado para o instrumento.

Observação: O valor especificado é geralmente denominado de valor fiducial e pode ser, por exemplo, a amplitude da faixa nominal ou o limite superior da faixa nominal do instrumento de medição.

3.3 – Erro Máximo Admissível

O erro máximo admissível (EMA) também é chamado de erro máximo permissível, erro máximo tolerado ou limite de erro.

O VIM define o erro máximo admissível como:

Valor extremo do erro de medição, com respeito a um valor de referência conhecido, aceito por especificações ou regulamentos para uma dada medição, instrumento de medição ou sistema de medição.

Vamos analisar os exemplos a seguir para entender melhor o conceito.

Exemplo 1:

Os esfigmomanômetros (medidores de pressão arterial) são instrumentos que possuem controle metrológico compulsório. Para que possam ser comercializados, eles primeiramente devem ser submetidos a uma série de ensaios. Entre eles está o do erro de indicação. Deve-se comparar o valor da pressão indicada pelo instrumento com o valor de um padrão (referência). Os instrumentos só podem ser comercializados se o erro de indicação for menor do que 3 mmHg (para mais ou para menos), ou seja, o erro máximo admissível é ±3 mmHg.

Exemplo 2 - A NBR 14105 define os seguintes erros máximos admissíveis para manômetros tipo Bourdon:

Tipos de manômetros	Erros máximos
Classe de exatidão A4	0,10%
Classe de exatidão A3	0,25%
Classe de exatidão A2	0,50%
Classe de exatidão A1	1,0%

Segundo o VIM, a classe de exatidão:

É a classe de instrumentos de medição ou de sistemas de medição que atendem a requisitos metrológicos estabelecidos para manter o erro de medição ou as incertezas de medição instrumentais dentro de limites especificados, sob condições de funcionamento especificadas.

A classe de exatidão é usualmente caracterizada por um número ou por um símbolo adotado por convenção.

Vamos ilustrar um pouco melhor o conceito de classe de exatidão com um exemplo.

Os instrumentos de pesagem não automáticos (balanças) são enquadrados em quatro classes: classe I (exatidão especial), classe II (exatidão fina), classe III (exatidão média) e classe IV (exatidão ordinária). Só o fato de conhecermos que uma balança pertence, por exemplo, à classe III, já temos várias informações sobre características desse instrumento de medição (faixa dos valores de divisão, carga mínima, número de valores de divisão, faixa do erro máximo admissível, etc.).

Segundo as recomendações da Organização Internacional de Metrologia Legal (OIML), as massas-padrão usadas na calibração de balanças são classificadas nas classes de exatidão E1, E2, F1, F2, M1 e M2. Uma massa de 100 mg, por exemplo, apresenta por classe de exatidão os seguintes erros máximos admissíveis:

Classes de exatidão	Erros máximos
Classe E1	0,005 mg
Classe E2	0,015 mg
Classe F1	0,05 mg
Classe F2	0,15 mg
Classe M1	0,5 mg
Classe M2	1,5 mg

Resumo

- ✓Toda medida está sujeita à incerteza e ao erro. O valor verdadeiro de uma grandeza é, em geral, desconhecido. O mais comum é adotarmos valores de referência.
- ✓Erro não tem o mesmo significado de incerteza.
- ✓O erro é definido como a diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência.
- ✓Os erros de medição podem ser sistemáticos ou aleatórios. São causas de erros: condições de repetitividade, forma de operação do instrumento, condições de meio ambiente (variações na temperatura, pressão, umidade, etc.).
- ✓Os erros sistemáticos são aqueles que influenciam as medições sempre em um mesmo sentido.
- ✓Quando o erro sistemático é conhecido, devemos efetuar a correção no resultado das medições.
- ✓O objetivo principal da calibração de um instrumento de medição é determinar o seu erro sistemático de indicação.
- ✓Os erros aleatórios são aqueles que influenciam as medições de forma imprevisível, ou seja, provocam alterações de forma randômica tanto para mais quanto para menos nos valores obtidos.
- ✓Eventuais erros que constem no certificado de calibração de um instrumento de medição devem ser utilizados para a correção dos resultados obtidos com ele.
- ✓Cálculo dos erros:

Erro de medição: $E = X - VR$;

Erro sistemático: $ES = \langle X \rangle - VR$;

Erro aleatório: $Ea = Em - ES$.

- ✓Erro de histerese é a maior diferença entre a carga (medição com sinal crescente em valor) e a descarga (medição com sinal decrescente em valor).
- ✓Erro máximo admissível é o valor limite do erro de medição, com respeito a um valor de referência, aceito por especificações ou regulamentos para uma medição ou instrumento.
- ✓A classe de exatidão é usualmente caracterizada por um número ou por um símbolo adotado por convenção e é utilizada para classificar determinado instrumento de medição com base em características como incerteza de medição, condições para funcionamento considerado adequado, valores de divisão e erros máximos.

Referências

SKOOG, D. A. et al. Fundamentos de química analítca. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

Vocabulário Internacional de Metrologia – Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012), 1ª edição luso-brasileira. Portaria Inmetro nº 232, de 8 de maio de 2012.

Anexos

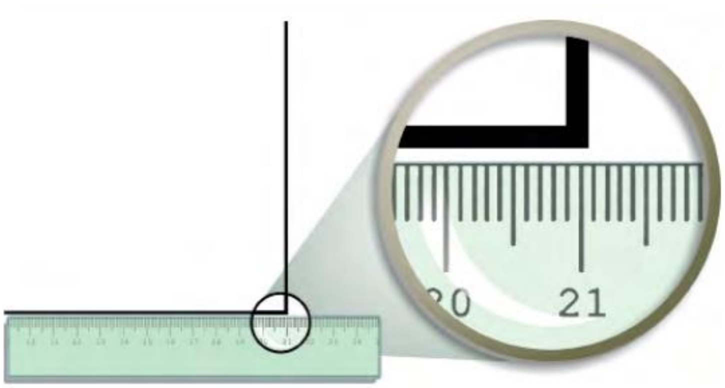
Algarismos significativos

O arredondamento de valores é extremamente comum nos processos de medição. Muitas vezes nos deparamos com a dúvida de quantas casas decimais devemos utilizar para expressar os nossos resultados. Esse problema se torna ainda maior quando realizamos alguma operação matemática com os resultados. O estudo dos algarismos significativos nos ajuda a pacificar essa questão.

Vamos voltar ao problema da medida da folha de papel, que está representado na figura a seguir. Você pode afirmar com certeza (considerando a inexistência de erros sistemáticos) que a medida está entre 21,0 cm e 21,1 cm. Ou seja, dos 21 cm você tem convicção. A dúvida está no valor depois da vírgula (a primeira casa decimal). Usando a régua como instrumento de medição, não podemos afirmar de forma definitiva se o valor medido é de 21,4 cm, 21,5 cm, 21,6 cm ou algo próximo. Disso dá para inferir que não faria sentido expressar o resultado da medida da folha de papel como, por exemplo, igual a 21,4555 cm. Os resultados das medições devem ser expressos com todos os algarismos que são considerados corretos e mais um algarismo duvidoso. Assim, devemos indicar o tamanho da folha medida com apenas uma casa depois da vírgula (por exemplo: 21,5 cm).

Após a análise do exemplo, fica mais fácil de entender a definição de algarismos significativos:

Algarismos significativos em um número são todos os dígitos conhecidos como certos mais o primeiro dígito incerto.



Para ajudar na fixação do conceito, vamos analisar os resultados das medições a seguir:

5,3 L = 2 algarismos significativos. Sabemos que apenas o 5 é correto e não temos certeza do valor depois da vírgula.

321,54 = 5 algarismos significativos. A incerteza está na segunda casa decimal, ou seja, aquele último 4 é incerto.

2543 mm = 4 algarismos significativos. A incerteza está no número 3.

254,3 cm = 4 algarismos significativos. A incerteza está no número 3.

2,543 m = 4 algarismos significativos. A incerteza está no número 3.

0,002543 km = 4 algarismos significativos. A incerteza está no número 3.

2,543 x 10-3 km = 4 algarismos significativos. A incerteza está no número 3.

2,543 x 102 cm = 4 algarismos significativos. A incerteza está no número 3.

Veja que, no caso do 0,002543 km, os zeros à esquerda aparecem somente para indicar a casa decimal. Os zeros que têm apenas essa finalidade não são significativos.

Vejamos mais um exemplo. Vamos considerar um resultado de medição igual a 0,058 m. Neste caso, os zeros não são considerados algarismos significativos, visto que estão à esquerda do primeiro algarismo diferente de zero. Esse número poderia ser escrito como 5,8 x 10-2 m. No entanto, se tivermos o número 0 à direita, 0,00580 m, este último zero passa a ser um algarismo significativo. Esse zero à direita nos diz que temos mais informações e certezas na medida que fazemos. Estamos dizendo que temos certeza no algarismo oito (8) e que agora nossa dúvida repousa naquele zero à direita.

Agora vamos analisar os números a seguir, que expressam resultados de medições (com as unidades omitidas).

35 = 2 algarismos significativos.

6021 = 4 algarismos significativos.

210676 = 6 algarismos significativos.

92,8 = 3 algarismos significativos.

2011= 4 algarismos significativos.

18 = 2 algarismos significativos.

018 = 2 algarismos significativos (1 e 8).

0,18 = 2 algarismos significativos (1 e 8).

0,015 = 2 algarismos significativos (1 e 5).

0,000000018 = 2 algarismos significativos (1 e 8).

0,180001 = 6 algarismos significativos (1, 8, 0, 0, 0 e1).

0,150 = 3 algarismos significativos (1, 5 e 0).

0,0700007 = 6 algarismos significativos (7, 0, 0, 0, 0 e 7).

0,020100 = 5 algarismos significativos (2, 0, 1, 0 e 0).

100,000 = 6 algarismos significativos (1 e todos os zeros).

1,0103 x 104 = 5 algarismos significativos (é o mesmo que 10103)

100= número de algarismos significativos não determinado (conforme veremos a seguir, se o número for o resultado de uma medição, ele pode ser 1, 2 ou 3 significativos).

Algumas considerações:

- ✓Algarismos de 1 a 9 sempre são significativos.
- ✓Zeros entre os números de 1 a 9 sempre são significativos (exemplo: 10007 = 5 algarismos significativos).
- ✓Como vimos, zeros que se encontram à esquerda de todos os algarismos de 1 a 9 que compõem o número não são significativos (0,02 possui apenas um algarismo significativo).
- ✓Números inteiros que apresenta zeros à direita dos números de 1 a 9 podem ou não ser significativos.

Exemplos:

11,0 possui 3 algarismos significativos.

10,00 possui 4 algarismos significativos.

1000,0 possui 5 algarismos significativos.

1000 possui um número indeterminado de algarismos significativos, pois esses zeros são ambíguos. Para que essa ambiguidade seja corrigida, podemos fazer uso da notação científica.

Vejamos quatro diferentes formas de se apresentar o número 1000 através da notação científica:

1 x 103 = nesse caso, o número 1000 possui apenas 1 algarismo significativo (ou seja, o próprio 1 do número 1000 é incerto).

1,0 x 103 = nesse caso, o número 1000 possui dois algarismos significativos (ou seja, a incerteza está no zero vizinho ao 1) .

1,00 x 103 = nesse caso, o número 1000 possui 3 algarismos significativos (ou seja, a incerteza está no penúltimo zero do número 1000).

1,000 x 103 = nesse caso, o número 1000 possui 4 algarismos significativos (ou seja, a incerteza está no último zero).

1,0000 x 103 (1000,0) = 5 algarismos significativos.

Cabe ressaltar que o conceito de algarismos significativos só se aplica quando o número expresso tem relação com algum resultado de medição, ou seja, quando existe alguma incerteza associada ao valor. Não faz muito sentido falarmos de algarismos significativos para constantes exatas, pois eles possuem infinitos algarismos significativos.

Conversão de unidades com potência de 10

Ao medirmos a distância entre dois pontos, se encontramos, por exemplo, 2,8 m, a medida terá dois algarismos significativos. Se desejarmos transformar a mesma medida em milímetros, teremos 2800 mm, ou seja, uma medida com quatro algarismos significativos (2,800 x 103 mm). Como não é possível melhorar o número de algarismos significativos por uma simples conversão de unidades, o resultado deve ser mantido com dois algarismos significativos e escrito: (2,8 x 103) mm, já que potência de dez não é considerada algarismo significativo.

Todos os números associados à medição de uma variável devem ter os algarismos significativos correspondentes à exatidão do instrumento ou do elemento transdutor de medição.

Arredondamento

Quando utilizamos o resultado de uma medição, devemos lembrar que os valores (número que expressa esse resultado) devem ser utilizados com uma quantidade de dígitos limitada ao número de algarismos significativos. Se realizarmos algum cálculo com os nossos valores, devemos ter em mente que muitas vezes não podemos utilizar todos os dígitos que aparecem na calculadora, pois estaríamos utilizando mais do que um algarismo incerto.

Suponhamos que a medida 12,514 mm indique o valor de uma medida de comprimento e que a dúvida (incerteza) determinada após uma série de medições é de ± 0,02 mm.

Devemos expressar a medida da seguinte maneira: (12,514 ± 0,02) mm? Existindo uma dúvida afetando a segunda casa decimal (no valor da incerteza), é desnecessário escrever a terceira casa decimal (no 12,514 mm), uma vez que a anterior já é duvidosa.

O resultado da medição deve ser assim expresso:

(12,51 ± 0,02)mm

Esta medição possui, então, 4 algarismos significativos.

Quando a medida possui mais algarismos significativos do que se precisa, devemos conservar apenas os necessários e abandonar os demais.

Segundo a ABNT-NBR 5891:1977 – Regras de arredondamento na numeração decimal, ao arredondarmos um número, devemos ter em mente as seguintes regras:

O último algarismo de um número deve sempre ser acrescido de uma unidade caso o algarismo descartado seja superior a cinco. Caso o algarismo a ser descartado seja menor que cinco, o último algarismo permanece com o seu valor.

Exemplos de arredondamento para três significativos:

134,7 = 135

0,03432 = 0,0343

No caso de o algarismo descartado ser igual a cinco, se à direita do número cinco existir quaisquer outros algarismos diferentes de zero, o último algarismo retido será acrescido de uma unidade.

Exemplos de arredondamento para três significativos:

14,751 = 14,8

0,0346501 = 0,0347

No caso de o algarismo descartado ser igual a cinco, se à direita do cinco a ser descartado só existirem zeros ou não existir outro algarismo, o último algarismo retido será acrescido de uma unidade somente se ele for ímpar. Exemplos de arredondamento para três significativos:

4,8350 = 4,84

34,25 = 34,2

Condição	Procedimento	Exemplo
Menor que 5	O último algarismo a ser mantido permanece o mesmo	7,73 ⇨7,7
Maior que 5	O último algarismo a ser mantido é acrescido de uma unidade	7,76 ⇨7,8
Igual a 5	O último algarismo a ser mantido permanece o mesmo ou aumenta de 1 unidade, de forma que seja sempre par	7,75 ⇨ 7,8 7,85 ⇨ 7,8
Se o 5 que segue o último algarismo mantido está seguido de algarismos diferentes de zero, mesmo se não imediatamente a seguir.	O último algarismo é aumentado de 1 unidade	7, 4501 ⇨ 7,5 7, 352 ⇨ 7,4

Operações com algarismos significativos

Vamos voltar ao caso da folha de papel. Após determinar a primeira medida (entre 21,0 cm e 21,1 cm), vamos supor que você fez a medida da outra largura e obteve algo em torno de 29,9 cm e 30,0 cm. Qual a área dessa página? O que poderíamos afirmar é que deve ser algum valor entre 21,0 x 29,9 cm2 e 21,1 x 30,0 cm2. Ou seja, algum valor entre 627,9 cm2 e 633,0 cm2. Se você achasse que uma largura deveria ser 21,04 cm e a outra largura 29,93 cm, você poderia ser tentado a dizer que a área seria 629,7272 cm2. Mas vemos que não temos segurança do valor na casa das unidades (pois a área está entre 627,9 cm2 e 633 cm2), quanto mais com quatro dígitos depois da vírgula.

Assim, se antes tínhamos segurança sobre três algarismos, agora só podemos falar de dois e temos uma insegurança no terceiro.

Vamos analisar um pouco melhor algumas operações.

✓ Adição e subtração

Antes de realizar a operação de adição ou subtração, devemos reduzir todas as parcelas à mesma unidade. Após realizamos a operação apresentando o resultado com apenas um algarismo duvidoso. Ou seja, o número de casas decimais da soma ou da diferença é o mesmo do dado que tiver o menor número de casas decimais.

Exemplo 1:

85,45 m + 5,6 m + 98, 523 m = 189, 573 m

➢ 189,6 m (1 casa decimal)

Exemplo 2:

2,652 m + 53,7 cm + 374 cm + 3,781 m =

2,652 m + 0,537 m + 3,74 m + 3,781 m = 10,71 m

Atenção: Usar a regra somente para o resultado final e não para as parcelas intermediárias.

Os números que não resultarem de medições não devem ser levados em conta na determinação da quantidade de algarismos significativos. Assim, se a operação matemática envolver constantes, os algarismos dessas constantes não devem ser contabilizados.

- ✓ Multiplicação e divisão

A regra geral é dar ao resultado da operação o mesmo número de algarismos significativos do fator que tiver o menor número de algarismos significativos. Em alguns casos específicos, é necessário acrescentar um algarismo adicional, mas neste curso não entraremos nesse detalhe.

No produto final ou no quociente, o número de algarismos significativos é determinado pelo fator que tenha menor número de algarismos significativos (como já foi dito, na maioria das vezes).

$$\frac{89,1m^2}{5,4690} = 16,\ 29182666\ m$$

Adotando a regra da multiplicação e divisão, temos que o resultado final será 16,3 m, mesmo número de algarismos significativos de 89,1 m².

- ✓ Raiz quadrada

A raiz quadrada de um número de n significativos pode ter no máximo n e, no mínimo, n - 1 significativos.

Exemplo: $\sqrt{25,5}$

Como 25,5 possui três significativos, podemos representar o resultado como 5,05 ou 5,0. A quantidade de significativos utilizada dependerá da precisão necessária ao cálculo utilizado.

$$\sqrt{25,5} + 4,8 = 5,0 + 4,8 = 9,8$$

$$\sqrt{25,5 + 4,81 = 5,05 + 4,81 = 9,86}$$