Estimativa de Incerteza de Medição

CONHECENDO A INCERTEZA DE MEDIÇÃO

AULA 01

REALIZAÇÃO

sociedade brasileira de metrologia

Sumário

Apresentação

Olá! Seja muito bem-vindo à primeira aula do curso de Incerteza de Medição.

Na aula de hoje você conhecerá a incerteza de medição, descobrirá o que é e para que serve. Verá também como a média aritmética é importante para a metrologia e conhecerá os conceitos de medidas de dispersão, que serão fundamentais para a sequência do curso.

Ao final dessa aula, serão disponibilizados exercícios para fixação, lembre-se de fazê-los, pois assim você poderá verificar se realmente compreendeu o assunto trabalhado nessa aula.

Bons estudos!

1. Incerteza de Medição

Metrologia, conforme definido no item 2.2 do Vocabulário Internacional de Metrologia – Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados, é a *"ciência da medição e suas aplicações"*. O VIM complementa a definição com uma nota: *"A metrologia engloba todos os aspectos teóricos e práticos da medição, qualquer que seja a incerteza da medição e o campo de aplicação"*.

Esse documento, amplamente utilizado na metrologia, define os conceitos fundamentais da área. O ***Vocabulário Internacional de Metrologia***, também conhecido como **VIM,** foiadotado no Brasil pela Portaria Inmetro (Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia) n.º232, de 08 de maio de 2012**,**

Esse Vocabulário surgiu na segunda metade do século XX com o objetivo harmonizar internacionalmente as terminologias e definições utilizadas nos campos da metrologia.

Podemos observar, então, ser primordial o conhecimento teórico dos conceitos e das técnicas de medição, além da percepção das grandezas que influenciam o processo da medição para obtermos resultados práticos consistentes. Considerando que os resultados das medições são influenciados por diferentes fatores precisamos, dessa forma, estimar a incerteza da medição que está associada aos requisitos de uso.

Com o conhecimento e utilização dos conceitos da Metrologia podemos descobrir muitas coisas que utilizamos em nosso cotidiano, como, por exemplo:o nosso peso, a nossa altura, qual a distância de nossa casa até a escola, quanto tempo demoramos no banho, e até quanto de água gastamos. Podemos até fazer estimativa de coisas maiores como: o tamanho da Terra, a idade do Sol, a distância até a estrela mais próxima e o tempo que a viagem levaria.

No entanto, quando queremos ser rigorosos em Metrologia, devemos levar em consideração um fato importantíssimo que pouca gente sabe sobre as medições que realizamos em nosso dia-a-dia: mesmo que estejam exatas **todas elas apresentam uma dúvida em seu resultado**!

Isso mesmo, todas as medidas que fazemos contém uma dúvida que nós, muitas vezes, acabamos deixando de lado.

Quer ver? Então vamos fazer uma experiência:

Imagine que você resolva medir a altura de uma criança...

Então você a leva até uma parede e marca com um risco o que considera ser a altura dela.

Ok! Supondo que você foi perfeito na hora da marcação, podemos assumir que a distância do chão até o risco na parede representa a real altura da criança.

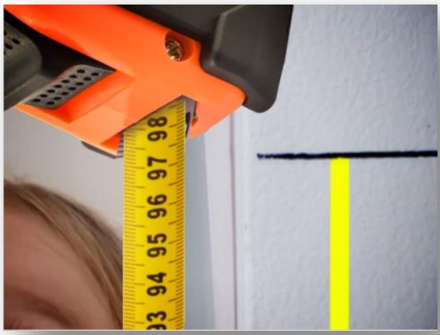
Certo, agora precisamos medir essa distância. Então, como toda medição precisa apresentar uma unidade de medida, vamos utilizar a unidade internacional mais amplamente conhecida para esse fim, o metro (m).

Agora vamos escolher algum instrumento de medição, que meça em metros e seja adequado para nosso caso.

Pensou em algum?

Que tal uma trena? As trenas medem comprimentos de, em média, 5 metros e, como a altura dela não vai ultrapassar esse valor, podemos utilizá-la.

Então você realiza a medição...



Vamos supor que encontramos aqui, o valor de 0,97 m, ou seja, noventa e sete centímetros.

Mas... Vamos olhar mais de perto?

Se você olhar bem de perto, verá que o risco na parede não bate exatamente em 0,97 m. Ele está, na verdade, um pouco acima. Então, nesse caso, podemos concluir que 0,97 m não é o valor exato da altura dela.

Se medirmos com uma régua com graduação milimétrica, veremos que o valor medido seria de 0,973 m, ou seja, novecentos e setenta e três milímetros.

Só que, se olharmos ainda mais de perto, vamos notar que a marcação não está precisamente sobre o valor 0,973 m, mas sim entre o 0,973 m e o 0,974 m.

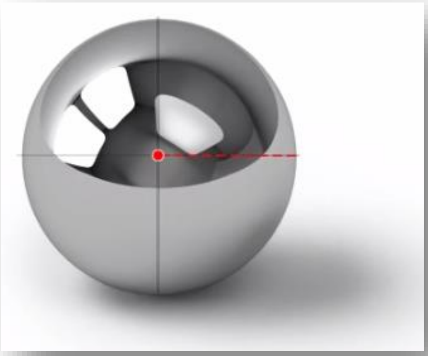
Percebeu como não é imediato determinar com certeza uma medida que, aparentemente, parecia muito simples?

Imagine então se fôssemos medir uma forma bidimensional como a área do seu quarto, ou ainda, uma forma tridimensional, como um cubo, por exemplo...

Certamente precisaríamos fazer várias medições, e cada uma delas traria uma incerteza consigo, nos obrigando avaliar adequadamente os dados coletados para estimar sua real dimensão.

Imagine, então, se você quisesse saber o volume de uma esfera metálica...

Se você lembrar da fórmula utilizada para determinar o volume de uma esfera, verá que ela depende do tamanho do raio, que é à distância do centro da esfera a qualquer ponto da extremidade.



A fórmula é a seguinte: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Onde R é o raio da esfera, ou seja, a metade do seu diâmetro...

Suponha, agora, que você tenha um paquímetro digital com infinitas casas decimais. Então você deve estar pensando: "Ah! Agora sim eu posso determinar facilmente o diâmetro real da esfera". Mas quantas medições fazer para ter certeza do resultado?

Vamos começar com duas.

Vejamos:

Medição	Valor (mm)
1	62,001872...
2	62,001967...

Opa! Deu diferença... E agora? Qual valor é o correto?

Bom, vamos fazer mais três medições, para ver se um desses valores é o certo?

Vejamos: Medição	Valor (mm)
1	62,001872...
2	62,001967...
3	62,001890...
4	62,001789...
5	62,002012...

Nossa, nenhum valor se repetiu...

Então vamos exagerar, fazendo 100 medições:

Medição	Valor (mm)
1	62,001872...
2	62,001967...
3	62,001890...
4	62,001789...
5	62,002012...
6	62,001823...
7	62,001369...
8	62,002001...
9	62,001543...
10	62,001478...
...	...
100	62,001902...

Note que, por mais que os valores sejam semelhantes, eles **dificilmente** serão iguais.

Agora veja o que acontece, com os valores, quando realizamos as mesmas medições, só que em uma temperatura 10°C inferior:

Medição	Valor (mm)
1	61,980614...
2	61,980709...
3	61,980632...
4	61,980531...
5	61,980754...
6	61,980565...
7	61,980111...
8	61,980742...
9	61,980282...
10	61,980212...
...	...
100	61,980644...

É exatamente isso que você está pensando, todos os valores mudaram para menos devido à variação na temperatura, ou seja, parece que a esfera encolheu!

Então se você medir a mesma esfera em diferentes condições ambientais (temperatura, pressão atmosférica, umidade relativa, etc), você terá diferentes valores para o real valor do diâmetro da esfera...

Lembre-se de que já havíamos mencionado sobre as grandezas que influenciam no processo da medição para obtermos resultados práticos consistentes. A influência da temperatura foi uma delas no exemplo anterior.

Vamos verificar, mais a frente nesse curso, que a média das medições é o parâmetro estatístico que mais se aproxima do valor real.

A Metrologia considera que nenhuma medição será 100% isenta de dúvida. Hoje sabemos que toda medição carrega consigo certo grau de desconhecimento, ou seja, uma "incerteza de medição".

Bom, vamos voltar ao caso da medição da altura.

Com a régua milimétrica conseguimos encontrar, em nossa medição, um valor aproximado de 0,973 m. Mas, na verdade, sabemos que o valor real está contido no intervalo entre 0,9730 m e 0,9740 m...

Então, como não temos em mãos um instrumento com uma graduação de leitura melhor, podemos escrever o resultado de nossa medição como sendo o seguinte: Altura = 0,9735 m, que é o valor médio do intervalo 0,9730 m e 0,9740 m.

No estágio atual, por falta de informação, vamos considerar o valor de 0,0005 m como sendo a incerteza da nossa medição.

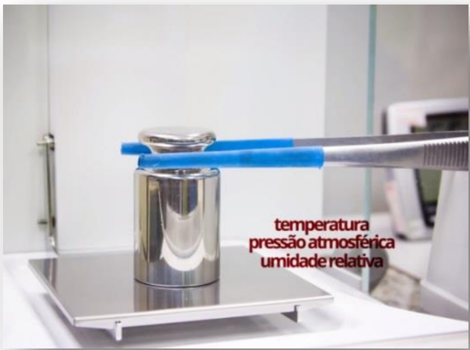
Veja:

Se **subtrairmos** a incerteza encontrada do valor nominal, encontraremos o valor **mínimo** do intervalo de possíveis valores.

Observe:0,9735 m - 0,0005 m que é igual a **0,9730** m

Se a **somarmos**a incerteza ao valor nominal, encontraremos o valor **máximo** do intervalo de possíveis valores, ou seja:

0,9735 m + 0,0005 m que é igual a **0,9740** m.



Mas 0,9735 m é o valor médio do intervalo.

Portanto, a incerteza de medição avalia quanto uma medição pode variar, ou em outras palavras, ela indica o grau de desconhecimento acerca do resultado da medição.

Todas as medições que fazemos cotidianamente podem ter sua incerteza estimada, e quanto mais rigorosos quisermos ser em Metrologia, mais profundamente devemos conhecer as variáveis que afetam a incerteza de cada medição.

Você deve estar achando bastante interessante o que apresentamos, não é? Vamos te ajudar a entender melhor tudo isso. A partir de agora, mostraremos o passo a passo e você vai aprender a identificar os fatores que interferem nas medições, a avaliar sua contribuição para a incerteza e aprenderá a estimar a incerteza das medições, além de descobrir como a incerteza pode ser minimizada através de certos cuidados.

Vamos lá?

Segundo o item 2.26 do Vocabulário Internacional de Metrologia,**Incerteza de Medição** é o "*Parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas*".

A incerteza de medição é um parâmetro que expressa quantitativamente a variabilidade do resultado da medição. E como dissemos: Não existem medidas 100% confiáveis!

Quando realizamos uma medição o resultado final sempre apresentará uma incerteza associada. O que se busca, na realidade, é estimar da melhor forma possível tanto o valor da medida quanto o de sua incerteza.

Atenção: A incerteza de medição **nunca** será eliminada, uma vez que o próprio valor verdadeiro convencional da grandeza também é estimado. Na prática usa-se o valor do padrão de medição como o valor verdadeiro.

Aplicando-se a metodologia adequada é possível definir um limite dentro do qual o valor de uma medição se situa com um dado nível de probabilidade.

No exemplo que vimos na animação, no qual medimos uma esfera metálica com um paquímetro digital com infinitas casas decimais, você pode perceber que toda vez que medimos o diâmetro da esfera em uma posição diferente, o valor mostrado no paquímetro também é sempre diferente, mesmo que nas últimas casas decimais.

Observe novamente:

✓ Na medição 1 encontramos o valor de 62,001872...mm

✓ Na medição 2 encontramos o valor de 62,001967...mm

✓ Na medição 3 encontramos o valor de 62,001890...mm

✓ Na medição 4 encontramos o valor de 62,001789...mm

- ✓ Na medição 5 encontramos o valor de 62,002012...mm
- ✓ Na medição 6 encontramos o valor de 62,001823...mm
- ✓ Continuamos medindo e...
- ✓ Na medição 100 encontramos o valor de 62,001902...mm

Isso pode significar que a esfera não é perfeita e não tem um diâmetro igual nas diferentes direções. Se por um lado você percebe que os valores estão sempre próximos a 62 mm, você não tem como ter certeza do valor exato. Portanto, concluímos que existe certo grau de desconhecimento acerca do diâmetro da esfera e a esse grau de desconhecimento, damos o nome de **incerteza de medição**.

Bom, para falarmos de incerteza de medição, precisamos conhecer alguns conceitos básicos de estatística, utilizados na metrologia. Esses conceitos são de extrema importância para que você saiba se pode, ou não, confiar em uma medição.

E o primeiro conceito é:

2. Precisão

Segundo o item 2.15 do VIM, **Precisão de medição** é o *"Grau de concordância entre indicações ou valores medidos, obtidos por medições repetidas, no mesmo objeto ou em objetos similares, sob condições especificadas"*.

NOTA 1: A precisão de medição é geralmente expressa numericamente por características como o desvio-padrão, a variância ou o coeficiente de variação, sob condições especificadas de medição.

*NOTA 2: As "condições especificadas" podem ser, por exemplo, **condições de repetibilidade**, **condições de precisão intermediária** ou **condições de reprodutibilidade**.*

*NOTA 3: A precisão de medição é utilizada para definir a **repetibilidade de medição**, a **precisão intermediária de medição** e a **reprodutibilidade de medição**.*

*NOTA 4: O termo "precisão de medição" é algumas vezes utilizado, erroneamente, para designar a **exatidão de medição**."*

A precisão de medição é utilizada para definir a repetibilidade de medição. **Uma medida precisa é uma medida repetitiva**, ou seja, ela tem pouca ou nenhuma variação entre seus resultados.

3. Exatidão

Segundo o item 2.13 do VIM, **Exatidão** é o *"Grau de concordância entre um valor medido e um valor verdadeiro dum mensurando"*.

Isso significa que **uma medição é considerada mais exata quando fornece um erro de medição menor**. A exatidão de uma medição está ligada ao grau de concordância de uma série de medidas com o valor verdadeiro de uma grandeza (um padrão conhecido, por exemplo).

Como na definição de exatidão existe a referência a um valor verdadeiro, cabe neste momento incluir a definição de **Valor Verdadeiro: "***Valor de uma grandeza compatível com a definição da grandeza.* [item 2.11 do VIM]".

O valor verdadeiro é aquele obtido por uma medição "100% perfeita", mas isso não existe. Considerando, então, que o valor verdadeiro é indeterminado usa-se o **Valor Convencional: "***Valor atribuído a uma grandeza específica por um acordo, para um dado propósito*. [item 2.12 do VIM]".

EXEMPLO: Valor convencional da aceleração da gravidade g= 9,80665m/s^2.

Agora veja a diferença entre os dois conceitos apresentados:

4. Precisão x Exatidão

Precisão é o grau de concordância entre os valores obtidos por repetidas medições, ou seja, quanto mais próximos os valores forem entre si, mais precisa será a medição.

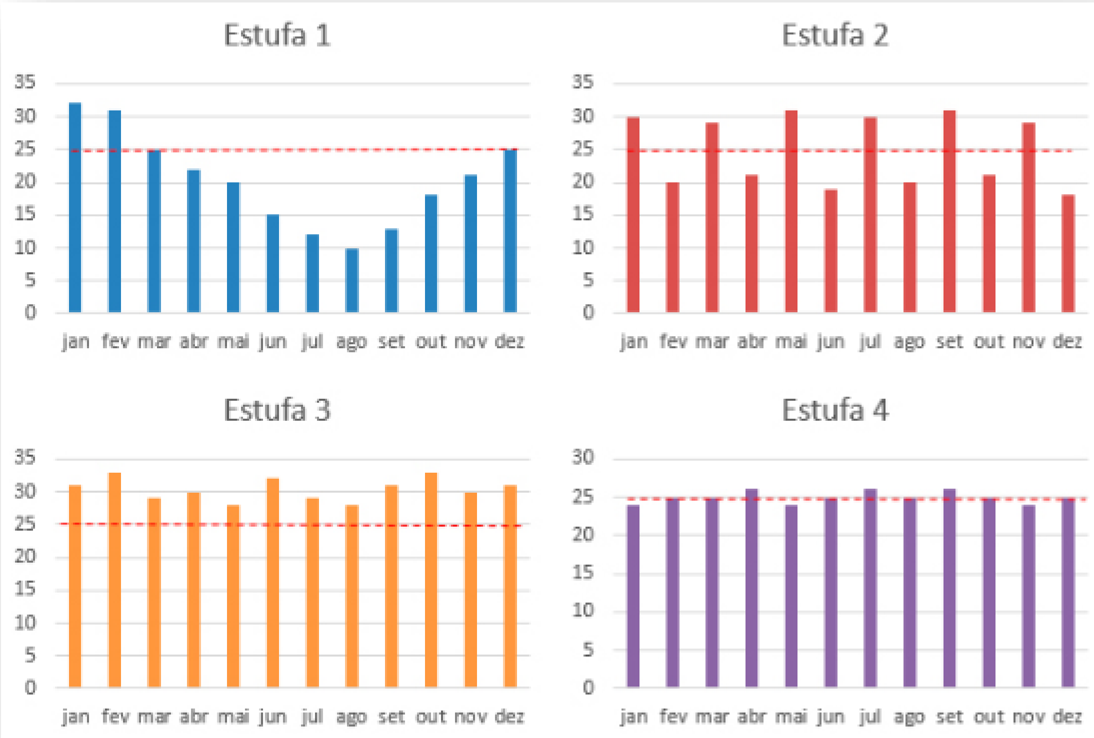
Já a exatidão é dada pelo grau de concordância entre um valor medido e um valor verdadeiro de um mensurando. Portanto, só se pode avaliar a exatidão de uma medição se houver um valor de referência, ou seja, é o valor que "deveria"ser encontrado para aquela medição.

Vamos exemplificar:

Em uma floricultura temos 4 estufas com flores tropicais raras. A temperatura em cada estufa deve ser o mais estável possível e deve ficar sempre próxima aos 25°C.

Se a temperatura média for muito maior ou muito menor, as plantas morrem, e se a temperatura variar demais ao longo do ano, elas ficam doentes. Temos então dois parâmetros para controlar: a **temperatura média** e a **variação da temperatura**.

Agora vamos ver o histórico de temperatura anual de cada uma das 4 estufas.



Analisando os resultados podemos perceber que:

Estufa 1: a temperatura variou bastante e a média das temperaturas foi bem inferior à temperatura ideal.

Resultado: as flores morreram.

Estufa 2: a temperatura variou bastante, mas a média das temperaturas foi bem próxima à ideal.

Resultado: as flores ficaram doentes.

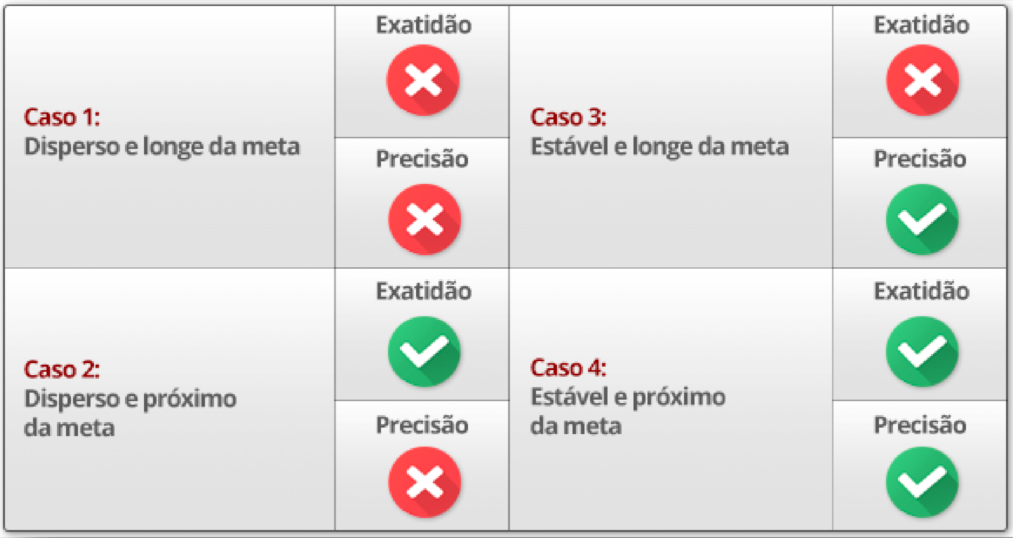
Estufa 3: a temperatura ficou mais estável, mas a média das temperaturas foi bem superior à temperatura ideal.

Resultado: as flores morreram.

Estufa 4: a temperatura se manteve estável e a média das temperaturas ficou muito próxima da ideal.

Resultado: as flores estão vivas e com saúde.

Agora se analisarmos os 4 gráficos do ponto de vista da metrologia, sob o ponto de vista da precisão e da exatidão, veremos que eles representam situações comuns no dia-a-dia de um metrologista, veja:



Resumindo:

Exatidão -Quando o valor medido (ou a média de valores) está próximo a um valor de referência.

Precisão -Quando os valores medidos são repetitivos entre si, ou seja, próximos um ao outro.

Ainda está difícil de memorizar?

Então que tal uma daquelas frases fáceis de lembrar?

Pense assim:

O que é preciso, se repete, mas precisa estar próximo da referência para ser exato...

Vamos ao próximo conceito:

5. Noções de Estatística

Você já imaginou se todas as indústrias fossem obrigadas a realizar inúmeras medições em milhares de peças de cada lote, 365 dias por ano?

Seria muito oneroso, não é?

Esse é um dos motivos pelos quais a Metrologia é uma ciência que depende muito da estatística, pois ela permite tirarmos conclusões sobre um grupo, analisando apenas parte desse grupo.

Bom, para entender melhor, primeiro você precisa conhecer dois conceitos importantes nessa área:

População e amostra.

Vamos lá!

6. População e Amostra

Toda pesquisa estatística precisa atender a um público alvo, certo?

Pois é com base nesse público alvo que os dados são coletados e analisados de acordo com o princípio da pesquisa. Esse público alvo recebe o nome de **população**.

População é o todo, o conjunto maior, muitas vezes grande demais para ser mensurado ou avaliado por completo.

Imagine quanto tempo levaria se você tivesse que fazer uma pesquisa sobre qual é a comida favorita de cada pessoa da sua cidade, do seu estado, do seu país. Ou então, se você tivesse que medir a acidez de um terreno de 1000 m^2, e fizesse medições pontuais distantes no máximo 10 cm uma da outra...

Por esse motivo, em vez de analisarmos a população inteira, analisamos grupos menores, pertencentes a essa população. É aí entra o conceito de **amostra**.

Amostras podem ser partes menores de uma população de indivíduos, ou segmentos de um objeto muito grande, como um terreno, um lago, ou um oceano, ou as peças fabricadas por uma indústria, por exemplo.

Portanto, em Metrologia, fazemos inferências sobre a população, ou seja, “deduzimos” a partir da análise de uma amostra. Então podemos dizer qual é a comida favorita da população de uma cidade ao entrevistarmos 500, 1000, 2000 pessoas, ou então podemos dizer a acidez média de um terreno fazendo 10, 20, 30 medições, apenas. O problema é que toda inferência está sujeita a erros e incertezas, seja pela escolha da amostra, seja pela forma como essa amostra é analisada.

Mas isso é assunto para as próximas aulas.

Vamos adiante...

O próximo conceito é:

7. Medidas de Tendência Central

7.1. Média aritmética

Johann Carl Friederich Gauss foi um matemático, astrônomo e físico alemão que desenvolveu teorias que contribuíram muito em diversas áreas da ciência. Dentre elas está a teoria de erros observáveis.

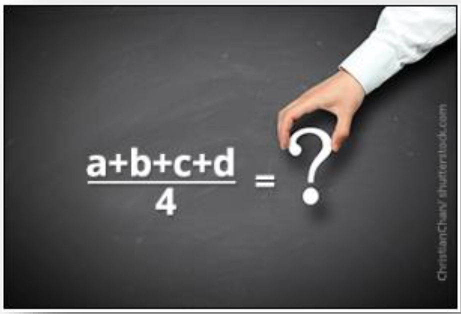
Para desenvolvê-la, Gauss baseou-se em um determinado número de **postulados** . Um desses postulados diz respeito ao valor mais provável da grandeza:

<u>Postulado</u>: O postulado não é necessariamente uma verdade muito clara, é uma expressão formal usada para deduzir algo, a fim de obter um resultado mais facilmente, através de um conjunto de sentenças.

O postulado é uma proposição que, apesar de não ser evidente, é considerada verdadeira sem discussão.

“O valor mais provável de uma grandeza,medidadiversasvezes, é a média aritmética dasmedidasencontradas, desde quemereçamamesmaconfiança”.

Certo, mas o quê isso quer dizer, afinal?



Significa que, em um conjunto de valores aleatórios, a média aritmética é a melhor estimativa para qualquer valor, pois é justamente aquela que está mais próxima do valor de referência considerando todos os casos.

Quer ver um exemplo?

Imagine que você só tinha em casa 1,200 kg de carne e precisou preparar um jantar para 4 pessoas... Você preparou e todos comeram, mas aí você ficou se perguntando: será que foi o suficiente? Quanto, em média, será que cada um comeu?

Sua amiga estava de dieta e comeu bem pouquinho, já o irmão dela está com 17 anos, em fase de crescimento, ele comeu muito... você comeu bastante, mas ainda assim, menos que seu irmão...

E agora? Quanto "em média" cada um de vocês comeu?

Bom, esse cálculo depende do número de pessoas e da quantidade de carne que foi consumida.

Vejamos:

Eram 4 pessoas:

- A amiga (de dieta) comeu 150 g,
- Você comeu200 g;
- Seu irmão comeu350 g e
- O irmão dela comeu500 g.

Somando tudo, chegamos aos 1,200 kg de carne. Para saber a média consumida entre vocês4, vamos pegar a soma dos valores, ou seja, os 1,200 kg e dividir pelo número de pessoas que comeram, ou seja 04 pessoas:

1200 / 4 = 300

Isso significa que vocês comeram, em média, 300 g de carne cada um. Veja no quadro abaixo a diferença entre a média e cada um dos valores verdadeiros:

Pessoa	Quantidade	Diferença
Amiga de dieta	150g	300 – 150 = **+150g**
Você	200g	300 - 200 = **+100g**
Seu irmão	350g	300 – 350 = **-50g**
Irmão dela	500g	300 – 500 = **-200g**
Diferença total		+150 +100 -50 -200 = 0

Você poderia dizer “nossa, mas não acertamos nenhuma vez!” Mas a verdade é que se somarmos todas as diferenças associadas a cada valor, teremos um valor final (ou seja, a média) igual à zero. Faça um teste, substitua o valor de 300 g por qualquer outro valor, calcule as diferenças e some os valores, e veja quanto dará o valor final.

Entendeu por que calcular a média é tão importante?

A **média aritmética** é um parâmetro estatístico fundamental e também a mais empregada na descrição quantitativa do conjunto de dados, pois define a região de maior incidência dos resultados.

Essa região é caracterizada pelo valor central das distribuições, ou seja, o valor central dos resultados encontrados e é matematicamente expressa segundo a fórmula:

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{\infty} X_i$$

A média populacional é igual à soma de todos os valores X_i dividido pelo tamanho dessa população, n.

Onde μ é o valor da **média populacional**, considerando-se que n é o número de medições.

Mas surge aqui uma pergunta: qual o número conveniente de medições a realizar?

Esse número varia de caso para caso, mas na prática adota-se um intervalo de 3 a 10 medições. Abaixo de 3 medições as variações podem não estar bem representadas, e acima de 10 o processo de medição pode tornar-se oneroso.

Podemos admitir que, na maioria das vezes, o número de medições necessário para caracterizar uma média populacional tende ao infinito. Como é impossível trabalhar com infinitos valores, adota-se o uso da **média amostral, $\bar{x}$**, cuja expressão matemática é a seguinte:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

A média amostral é igual à soma de todos os valores X_i dividido pelo tamanho da amostra, n.

Observe que neste caso *n* é um número finito, que pode ser 3, 5, 10, 20, dependendo do tamanho da amostra.

Vamos a outro exemplo:

João está preocupado com suas notas de matemática. Nos três primeiros bimestres do ano, João tirou as seguintes notas:

Bimestre	Nota
1º	5,95
2º	6,14
3º	5,85

João sabe que, ao final dos quatro bimestres deve ter uma média de notas igual ou superior a 6,0. João, então, calcula a média de suas notas:

$$\mu_{matemática} = \frac{5{,}95 + 6{,}14 + 5{,}85}{3} = 5{,}98$$

Como pudemos perceber, ele está abaixo da média mínima. Logo, João terá que estudar mais para o último bimestre, senão ficará em recuperação nas férias!

E se quiséssemos calcular qual nota João deveria tirar no último bimestre para passar de ano sem recuperação?

Vamos ver como se faz:

Se ele quer passar, a média das 4 notas deverá ser, no mínimo, 6. Logo a média **μ** será igual a 6:

μ = 6

Sabemos as notas dos 3 primeiros bimestres (1° = 5,95 / 2° = 6,14 / 3° = 5,85) mas não sabemos ainda a do quarto bimestre (4° = ?).

Então vamos montar a equação com os dados que temos:

μ = 6,0 = (5,95+6,14+5,85 +?) /4

Para descobrir o valor da última nota, teremos que isolar essa incógnita.

Assim teremos:

? = (6×4) - 5,95 - 6,14 - 5,85

? = 24 - 5,95 - 6,14 - 5,85 = **6,06**

? = 6,06

Então, João terá que tirar pelo menos 6,06 na última prova de matemática para ficar com média suficiente para passar de ano, pois se você somar todos os resultados e dividir por 4, verá que que a média obtida será igual a 6.

Atenção: A média é um parâmetro estatístico tremendamente influenciado por todo o conjunto dos dados, ou seja, valores extremos ou destoantes afetam seu valor.

Voltando ao exemplo das notas do João. Percebe-se que as três primeiras notas estão muito próximas de 6,0. Se a próxima nota for 10,0 teremos uma nova média de 6,99. Mas se a nota for 2,5 a média cai para 5,11.

Valores destoantes, quando muito dispersos do centro dos dados, indicam a necessidade de emprego de outras medidas de tendência central, tal como a mediana.

7.2. Mediana (Md)

A mediana é o valor que divide o conjunto dos dados ao meio após sua ordenação em ordem crescente. Ordenados os dados, identificamos a posição do valor mediano, ou seja, aquele que divide exatamente o conjunto dos dados em duas partes iguais por meio da equação.

$$PMd = \frac{(n+1)^{\circ}}{2} elemento$$

onde:

PMd = posição do valor mediano

n = quantidade de dados ou tamanho da amostra

Para amostras de tamanho ímpar a posição do valor mediano será sempre um número inteiro, mas quando “n” é par, a posição do elemento mediano será um múltiplo de 0,5. Assim, para um conjunto de dados ímpares a mediana corresponderá exatamente ao valor central, e para conjuntos pares ela corresponderá à média dos valores centrais, fazendo com que em ambos os casos os dados sejam divididos equidistantes em relação ao valor central.

Exemplo das notas do João:

Colocando as notas em ordem crescente teremos:

Bimestre	Nota
3º	5,85
1º	5,95
2º	6,14

$$PMd = \frac{(n+1)^{\circ}}{2} = \frac{(3+1)^{0}}{2} = 2^{0} elemento$$

A mediana é a nota correspondente à segunda posição dos dados, ou seja, Md = 5,95.

Vamos agora exemplificar com uma relação de número par de elementos.

Se incluirmos o 4º bimestre com uma nota 10,0 teremos:

Bimestre	Nota
3º	5,85
1º	5,95
2º	6,14
4º	10,0

$$PMd = \frac{(n+1)^{\circ}}{2} = \frac{(4+1)^{0}}{2} = 2{,}5^{0} elemento$$

A mediana será a nota correspondente à posição 2,5 dos dados, ou seja, a média entre 5,95 e 6,14. Md =6,04.

Se agora incluirmos o 4º bimestre com uma nota 2,5 teremos:

Bimestre	Nota
4º	2,5
3º	5,85
1º	5,95
2º	6,14

$$PMd = \frac{(n+1)^{\circ}}{2} = \frac{(4+1)^{0}}{2} = 2{,}5^{0} elemento$$

A mediana continuará a ser a nota correspondente à posição 2,5 dos dados, ou seja, a média entre 5,85 e 5,95. Md = 5,9.

Atenção: Lembre-se que, enquanto a média variou de 6,99 para 5,11 (diferença de 1,88 pontos), a mediana variou de 6,04 para 5,9 (diferença de apenas 0,14 ponto), ou seja, a mediana sofreu pouco influência dos valores extremos.

Por enquanto só vimos estatísticas que representam o conjunto de dados por meio de um único valor - média e mediana - em torno do qual se concentram os demais resultados. Reiteramos que as medidas de tendência central apenas fornecem a localização central dos dados, e não indicam nada sobre a dispersão desses dados no entorno do valor central.

8. Medidas de dispersão

Medida de dispersão é utilizada para verificar o quão distante cada valor, de um conjunto de valores, está do valor médio desse conjunto.

Quanto **menor** é a dispersão, ou seja, a variância entre os valores medidos, **mais próximos** da média os valores estão e, quanto **maior é a dispersão**, **mais distantes** da média estão os valores.

Certo, mas para que utilizamos isso?

Bom, é que nem sempre a média é suficiente para caracterizarmos um conjunto de medições. Em alguns casos, ela pode acabar mascarando medidas com baixa precisão.

Quer ver um exemplo?

Dois vendedores estavam discutindo sobre seus rendimentos nos últimos meses, até que surgiu a dúvida de qual deles faturava mais. Eles tomaram como base o rendimento mensal dos dois últimos meses. Paulo, que vende sapatos, obteve R$ 2000,00 e R$ 2200,00 nos dois últimos meses, já Augusto, que vende chocolates, obteve R$ 800,00 e RS 3500,00 no mesmo período.

Na média, Augusto se saiu melhor que Paulo, pois obteve R$ 2150,00 contra R$ 2100,00 do outro vendedor. Mas, o que eles não consideraram foi que no último mês havia tido a Páscoa, e, por esse motivo, Augusto, que vende chocolates, tinha faturado tanto. Se formos considerar um período maior, certamente concluiríamos que Paulo vende, na média, muito mais do que Augusto.

Perceba que quase nos enganamos, ao julgar o melhor vendedor, por causa da grande variabilidade dos valores apresentados por Augusto no período observado. Em Metrologia, devemos estar sempre atentos à dispersão dos valores considerados para calcular a média e, por esse motivo, existem outros conceitos que devemos aprender. Está preparado?

Então vamos lá!

9. Amplitude total

Amplitude de medição é a **diferença entre os limites máximo e mínimo de um intervalo nominal** em uma série de valores. Basicamente, **quanto menor for a amplitude total de uma série de valores, menor será sua dispersão.**

Segundo o item 4.4 do **VIM**, *"Intervalo Nominal é um "conjunto de valores compreendidos entre duas indicações extremas arredondadas ou aproximadas, obtido com um posicionamento particular dos comandos dum instrumento de medição ou sistema de medição e utilizado para designar este posicionamento".*

Um intervalo nominal de indicações é geralmente expresso em termos de seu menor e maior valor, por exemplo:

- ✓ Termômetro: 100ºC a 200ºC;
- ✓ Manômetro:0 bar a 20 bar.

Está esperando um exemplo, não é? Então aí vai:

José tem duas vaquinhas leiteiras, Mimosa e Princesa, e ele as trata com muito cuidado. Mas José tem notado que elas não estão dando leite no mesmo padrão. Veja abaixo a quantidade de leite que cada vaquinha de José deu nos últimos 7 dias:

Vaquinha	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
Mimosa	18 L	20 L	21 L	19 L	20 L	22 L	18 L
Princesa	12 L	18 L	25 L	27 L	16 L	15 L	11 L

Observe:

- Mimosa – No dia em que produziu **menos** leite, Mimosa atingiu 18 L e no dia em que produziu mais, ela atingiu 22 L de leite.

- Princesa - No dia em que produziu **menos** leite, Princesa atingiu 11 L e no dia em que produziu mais, ela atingiu 27 L de leite.

Então, se formos avaliar a amplitude dos valores para cada vaquinha, teremos o seguinte:

$$Amplitude_{Mimosa} = 22 - 18 = 4\ litros$$

$$Amplitude_{Princesa} = 27 - 11 = 16\ litros$$

Note que Princesa está apresentando uma produção de leite muito irregular se comparada à Mimosa, já que há grande amplitude na quantidade de leite que ela produz ao longo da semana. Acho que José precisa ver o que há de errado com Princesa.

Importante: Uma característica da Amplitude é que se aumentarmos o número de medições esta não diminui. Pode até aumentar.

No exemplo da Princesa, o domingo foi o dia de menor produção. Se na semana seguinte continuarmos medindo e ela produzir todos os dias mais de 11 L, ainda assim 11 L será o menor valor. Entretanto, se em algum dia ela produzir 10 L, a Amplitude passará para 17 L (aumentou).

Bom, agora vamos a outro conceito importante:

10. Desvio padrão

O **desvio padrão** é a medida de dispersão mais importante para a Metrologia. Com essa medida, podemos ter uma **noção precisa** da variação dos valores em torno da média. Basicamente, **quanto menor for o desvio padrão**, menor será a dispersão dos valores, ou seja, **maior será o grau de precisão dessa medida**.

Assim como a média, podemos ter um desvio padrão populacional, que considera todos os infinitos valores da uma população, ou um desvio padrão amostral, referente a uma amostra dessa população.

Vamos aprender sobre cada um deles agora, acompanhe!

10.1. Desvio padrão da população (σ)

Como o nome já deixa claro, o desvio padrão da população, ou populacional, é usado quando se quer **considerar todos os valores de certo grupo ou espécie**. Exemplos: o número total de alunos numa escola, número de carros em um estacionamento, clientes de uma loja, corredores em uma maratona, etc.

Seu valor matemático é dado pela equação:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\mu - x_i)^2}{n}}$$

Desvio padrão populacional é igual à raiz quadrada da razão entre a soma quadrática das diferenças dos valores X_i e da média populacional μ e o tamanho da população n.

Onde μ é a média da população e n o tamanho da população.

Exemplo:

Para não trabalharmos com uma grande quantidade de valores, vamos escolher um exemplo cuja população seja bem pequena.

Que tal usarmos novamente o exemplo do jantar que você preparou para sua amiga e para o irmão faminto dela?

Bom, relembrando:

Imagine que você só tinha em casa 1,200 kg de carne e precisou preparar um jantar para 4 pessoas... Você preparou e todos comeram, mas aí você ficou se perguntando: será que foi o suficiente? Quanto, em média, será que cada um comeu?

Sua amiga estava de dieta e comeu bem pouquinho, já o irmão dela está com 17 anos, em fase de crescimento, ele comeu muito... você comeu bastante, mas ainda assim, menos que seu irmão...

E agora? Quanto "em média" cada um de vocês comeu?

Observe na tabela abaixo a quantidade de carne consumida por cada um:

Pessoa	Quantidade
Amiga de dieta	150g
Você	200g
Seu irmão	350g
Irmão dela	500g
Média	300g

Bom, se jogarmos esses valores na fórmula do desvio padrão da população teremos:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\mathbf{300} - 150)^2 + (\mathbf{300} - 200)^2 + (\mathbf{300} - 350)^2 + (\mathbf{300} - 500)^2}{4}} = 137\text{g}$$

Desvio padrão será dado pela raiz quadrada da soma quadrática das diferenças entra a média (300) e os valores individuais (150, 200, 350 e 500) dividido pelo tamanho da população (4).

10.2. Desvio padrão amostral (s)

É adotado quando se conhece apenas uma amostra dos valores possíveis da população, como por exemplo, 5% da população de uma cidade.

Como na Metrologia raramente se conhece toda a população, pois não são realizadas infinitas medições, adota-se o desvio padrão amostral.

Sua expressão matemática é dada por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}$$

Desvio padrão amostral é igual à raiz quadrada da razão entre a soma quadrática das diferenças dos valores X_ie da média amostral $\bar{x}$ e o tamanho da amostra n menos um.

Onde $\bar{x}$é a média da amostra e *n* o tamanho da amostra.

Só faz sentido calcular o desvio padrão para n ≥3.

O desvio padrão é uma medida de dispersão muito útil para descrever a variabilidade do conjunto de dados, quando comparado à Amplitude.

Exemplo:

João agora precisa calcular o desvio amostral da altura dos alunos de sua escola. Como ele não tem como entrevistar todos os alunos, ele resolve usar seus 5 colegas mais próximos como amostra.

Aluno	Altura [m]
Carlos	1,65
Maria	1,52
Caio	1,73
Júlia	1,55
Tiago	1,75
Média	1,64

Portanto, o desvio padrão amostral da altura dos alunos fica sendo como:

$$s = \sqrt{\frac{(\mathbf{1,64} - 1{,}65)^2 + (\mathbf{1,64} - 1{,}52)^2 + (\mathbf{1,64} - 1{,}73)^2 + (\mathbf{1,64} - 1{,}55)^2 + (\mathbf{1,64} - 1{,}75)^2}{5-1}}$$

$s = 0{,}10\ m$

Muito bem turma...

A aula de hoje foi bastante informativa, aprendemos o que é incerteza de medição e para que nós a usamos, vimos como a média aritmética é importante para a metrologia, e também vimos conceitos de medidas de dispersão que serão fundamentais para a sequência do curso.

Não se esqueça de fazer a lista de exercícios para ajudar a fixar todos os conceitos vistos na aula de hoje.

Na próxima aula teremos noções de probabilidade, e você vai descobrir qual é sua chance de acertar na Mega Sena. Não perca!