

A background image showing a dartboard with several red darts. The dartboard is illuminated with a warm, orange-red light, creating a grid-like pattern of small holes. The darts are positioned as if they have just been thrown, with some hitting the board and others in mid-air.

Incerteza de medição

Entre Erros e Incertezas

AULA 03

REALIZAÇÃO



Sumário

Apresentação.....	3
Erros de medição.....	4
Erro Sistemático e Erro Aleatório	5
Incerteza de medição	6
Fontes de incerteza	7
Classificação das fontes de incerteza	8
Incerteza Tipo A.....	9
Incerteza tipo B.....	10
Fechamento da aula	Erro! Indicador não definido.

Apresentação

Olá! Seja muito bem-vindo à terceira aula do curso de Incerteza da Medição.

Na aula de hoje vamos falar sobre Erros e Incerteza da Medição, iremos definir o que são e como ocorrem os erros de medição, iremos estabelecer os conceitos de erro aleatório e erro sistemático e definir o que são fontes de incerteza, além de introduzir os conceitos de incertezas Tipo A e Tipo B.

Ao final dessa aula, serão disponibilizados exercícios para fixação, lembre-se de fazê-los, pois assim você poderá verificar se realmente compreendeu o assunto trabalhado nessa aula.

Bons estudos!

Erros de medição

Você já deve ter percebido, desde nossa primeira aula, como é complexo realizar uma medição com um mínimo de confiabilidade.

Na verdade, mesmo que o operador seja experiente, o equipamento esteja bem calibrado e as condições ambientais estejam controladas, ou seja, mesmo que todos os cuidados possíveis sejam tomados, ainda assim, qualquer medição realizada terá um erro associado a ela. Em outras palavras, é impossível fugir do erro!

Antes que você desanime, saiba que errar é uma das coisas mais naturais que ocorrem em metrologia. Na verdade, a própria quantificação da natureza (massa, tempo, distâncias, energia, etc) já é, de certa forma, um tanto abstrata. Quer ver?

Você saberia dizer quantas células tem o seu corpo?

Não?

Um bom chute seria dizer que são uns 10 trilhões de células, mas certamente o valor real não é exatamente 10.000.000.000.000 (1 seguido de 13 zeros). E seria diferente se você medisse daqui 2 minutos. Aliás, enquanto você estivesse contando, muitas das células que você contou já teriam morrido, e outras novas já teriam sido produzidas...

Resumindo, você iria errar. Eu também erraria. Qualquer um erraria. E assim é com todas as outras coisas mensuráveis da natureza, não temos como chegar no valor exato, apenas podemos ter uma boa ideia de sua dimensão. Não há, portanto, medição isenta de erro e, aliás, negar a existência do erro já é, por si só, outro erro.

Assim sendo, a investigação sobre os erros envolvidos no processo de medição é fundamental para estimar a sua incerteza. Ainda nessa aula, veremos como rastrear as fontes de erro, mas por enquanto, fiquemos com a definição de erro:

De acordo com o item 2.16 do Vocabulário Internacional de Metrologia - [VIM](#), a definição de **erro de medição** é: **“Diferença entre o valor medido dum grandeza e um valor de referência.”**

O valor medido equivale ao resultado da medição, e o valor de referência é o valor teoricamente correto, ou seja, “o valor que deveria dar”.

O erro pode, então, ser definido matematicamente como:

$$E_m = I - V_R$$



Onde E_m é o valor absoluto do erro, I é o valor indicado no instrumento e V_R é o valor de referência.

Observe a imagem ao lado: O resultado apresentado pela balança é de 0,900 kg, já o valor verdadeiro (peso-padrão) é de 1,000 kg.

Com base nessas informações, como calculamos o erro de medição

do equipamento?

Simples:

$$E = 0,900 - 1,000 = - 0,100$$

Logo, $E = - 0,100$ kg (lembre-se que o Erro sempre tem a mesma unidade da medida que você realizou).

Observe que o sinal matemático deve ser considerado na estimativa do erro de medição (no exemplo a cima o erro é menos zero vírgula um quilograma).

Continuando:

O erro de medição pode ser sistemático ou aleatório.
Você sabe qual a diferença entre os dois?

Erro Sistemático

De acordo com o item 2.17 do [VIM](#), o erro sistemático é a **“Componente do erro de medição que, em medições repetidas, permanece constante ou varia de maneira previsível”**.

Não entendeu?

Bom, existem basicamente dois tipos de comportamento observados quando detectamos uma fonte de erro de medição. Quando o erro adota um comportamento **previsível** e repetitivo, ele é chamado de **erro sistemático**. Um exemplo de erro sistemático seria uma balança que erra sempre em 1kg em qualquer medição que se faça nela.



Esse tipo de erro, quando detectado, é facilmente corrigido e representa pouca influência no resultado da medição. Na verdade, quando um sistema de medição tende a repetir um certo erro, dizemos que há uma **tendência**, que pode ser calculada.

Esse cálculo é representado da seguinte forma:

$$Td = \bar{I} - V_c$$

Onde **Td** é a tendência, \bar{I} é a média de um número finito de medições, e V_c é o valor verdadeiro convencional para o mensurando. Esse valor pode ser descontado do valor medido, para aproximar o resultado da medição do valor convencionalizado como certo. Chamamos essa operação de **correção** ou **ajuste**.

Agora vamos ao próximo tipo de erro:

Erro Aleatório



Quando o erro não apresenta qualquer padrão em sua ocorrência, ou seja, é totalmente **imprevisível**, ele é denominado **erro aleatório**. Sem dúvida esse é o tipo de erro que mais dá dor de cabeça a um metrologista, porque não há como prever seu comportamento, e, por isso, não pode ser controlado ou compensado.

Seu tratamento envolve um estudo detalhado de todas as variáveis de uma medição, até mesmo aquelas que aparentemente não deveriam influenciar tanto no resultado. No entanto, quando o erro aleatório é muito pequeno se comparado ao grau de precisão desejado, ele acaba se tornando insignificante, e, por isso, pode ser desprezado.

Para entender melhor isso, veja um exemplo:



César foi encarregado de verificar a calibração de dois micrômetros, com resolução de 0,001mm. Para essa tarefa ele tinha consigo uma série de padrões de referência, com os quais ele poderia **aferrir** **i** o erro de cada micrômetro em cada medição.

Os valores observados estão mostrados na tabela abaixo:

Padrão	Micrômetro A	Micrômetro B
1,000 mm	1,020	0,999
5,000 mm	5,020	5,182
10,000 mm	10,020	10,987
15,000 mm	15,020	14,900
20,000 mm	20,020	21,400

Observe que o micrômetro **A** apresentou, um desvio de +0,02 mm em todas as medições. Nesse caso podemos dizer que ele apresenta um erro sistemático e esse tipo de erro pode ser “corrigido” em qualquer medição que se faça com esse instrumento de medição.

Já o micrômetro **B** apresentou valores completamente adversos, sem nenhum padrão de comportamento, portanto ele apresentou um erro aleatório que foi de -0,1 a +1,4 mm. Como não podemos prever esse tipo de erro, não é possível corrigi-lo.

E o que ocasiona esse tipo de erro de medição?

Bom, nesse caso, após mandar o micrômetro **B** para análise, verificou-se que ele estava com defeito no seu mecanismo interno, e o desvio da medição variava conforme a força aplicada pelo operador sobre o instrumento, ou seja, algo que não tinha como ser controlado por César.

Incerteza de medição

Vamos relembrar o conceito de incerteza de medição?

Conforme definido no item 2.26 do Vocabulário Internacional Metrologia - [VIM 2012](#) - Termos Fundamentais e Gerais Incerteza da medição é o: **“Parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas”**.

Segundo o item 2.2.3 do Guia para a expressão de incerteza de medição - [GUM](#), Incerteza da medição é o: **“Parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentalmente atribuídos a um mensurando”**. Este parâmetro pode ser, por exemplo, um desvio padrão (ou um múltiplo dele), ou a metade de um intervalo correspondente a um nível da confiança declarado.

Você já sabe que o resultado de uma medição é somente uma aproximação ou uma estimativa do valor do mensurando, desta forma, a apresentação do resultado só é completo quando acompanhado por uma quantidade que declara sua incerteza.

Assim, o resultado da medição M deve ser expresso na forma:

$$M = \bar{x} \pm U \text{ [unidade de medição]}$$

Onde \bar{x} é a média dos resultados obtidos do conjunto de medições e U é a incerteza final.

Assim, a incerteza é um parâmetro que usamos para reunir, em um único valor numérico, **U**, todos os erros e desvios que a medição em questão possa apresentar. Cada um dos fatores que influenciam no resultado de uma medição deve ser analisado de forma sistemática para que sua influência seja determinada e quantificada.

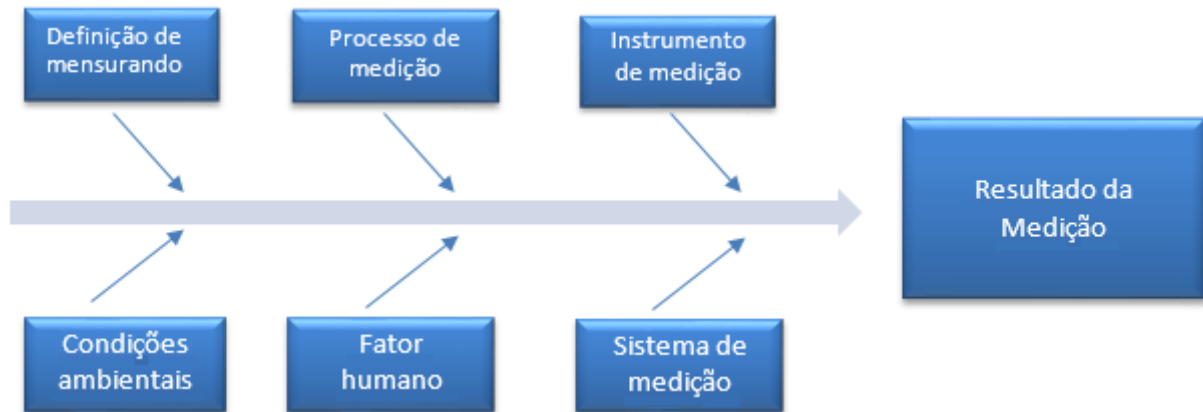
Por interferirem na confiabilidade da medição, esses fatores que podem ser: a metodologia, o instrumento, o operador, as condições ambientais e etc, são denominados **fontes de incerteza**.

Fontes de incerteza

Nossa primeira aula, quando tentamos medir o diâmetro de uma esfera metálica afim de calcular seu volume, vimos que tanto o instrumento utilizado (paquímetro com infinitas casas decimais), como o número de medições, a temperatura ambiente e etc, afetaram o resultado da medição. Esses fatores que são inerentes ao processo de medição contribuem, em maior ou menor grau, para a qualidade do resultado são chamados de Fontes de incerteza de medição.

O mapeamento dessas fontes de incerteza torna-se necessário não só para saber o quanto cada uma delas interfere na medição, mas também para facilitar ações de controle e de melhoria do processo de medição.

O diagrama de causa e efeito ([Ishikawa](#)) é uma das ferramentas mais usadas para fazer o mapeamento das fontes de incerteza. Abaixo temos um exemplo de diagrama de causa e efeito, cujas fontes de incerteza são as seguintes: as a definição do mensurando, o processo de medição, o instrumento de medição, as condições ambientais, o fator humano e o sistema de medição utilizado. Cada uma delas depende, por sua vez, de uma série de fatores, e, quanto maior for o nível de detalhamento desses fatores, melhor será o entendimento do processo de medição.



Veja um exemplo:

Seu Joaquim notou que os pães que ele vende em sua padaria estão com peso abaixo do padrão.

Ele sabe que não houve qualquer mudança no quadro de pessoal, nas máquinas panificadoras, nem nos fornecedores de farinha, ovos e etc. Ele verificou também que não há qualquer problema com o forno ou com as formas dos pães, e também não há mudança observável no ambiente que justifique a mudança no padrão de qualidade de seus pães.

No entanto, seu Joaquim esqueceu de verificar se a balança está corretamente calibrada, e quando o fez, viu que ela estava marcando um peso bem abaixo do esperado. Então, ele perguntou aos seus funcionários se houve alguma ocorrência estranha no fim de semana e eles disseram que não houve nada fora do normal, a não ser o fato do pessoal do açougue vizinho ter utilizado a balança da padaria emprestada para pesar algumas peças de carne...

Você percebeu como Seu Joaquim foi metódico no tratamento do problema? Ele investigou todas as possíveis fontes de erro do seu processo, como o quadro de funcionário, fornecedores, forno, máquinas, matéria-prima, etc. A partir do momento que ele verificou que não havia um problema no processo de produção os pães, ele passou a se perguntar se havia alguma falha no processo de medição, e assim, descobriu o problema.

Em Metrologia, a caracterização das fontes de incerteza exige um certo esforço, já que certos tipos de medição envolvem uma gama muito complexa de fatores, e nem sempre há uma clara correspondência entre cada fator com o resultado da medição. Contudo, a trabalhosa tarefa de identificação das fontes de incerteza é muito gratificante, não só por resultar em uma estimativa de incerteza mais refinada, mas também por promover um grande aprendizado sobre o processo de medição em questão.

Classificação das fontes de incerteza

A caracterização das fontes de incerteza é um assunto bastante complexo, e por isso, tem sido estudado à exaustão por diversos pesquisadores, tanto que algumas fontes de incerteza já tem seu comportamento muito bem conhecido e catalogado.


A resolução do equipamento, o número de medições realizadas e a calibração do equipamento são algumas das fontes de incerteza comuns a maioria dos processos de medição e, por isso, já são bem conhecidas por metrologistas de diversas áreas.

Justamente por apresentarem padrões de comportamento semelhantes, algumas fontes de incertezas são divididas em tipos, e sua contribuição para a incerteza é definida por convenção. As fontes de incerteza mais conhecidas são avaliadas de acordo com duas categorias: Incertezas do tipo A e Incerteza do tipo B, conforme veremos a seguir.

Incerteza Tipo A

Segundo o item 2.28 do VIM, avaliação do Tipo A da incerteza de medição é a **“Avaliação dum componente da incerteza de medição por uma análise estatística dos valores medidos, obtidos sob condições definidas de medição”**.

As incertezas do Tipo A contemplam componentes avaliadas por métodos estatísticos para uma série de determinações repetidas. Essa estratégia tem por finalidade indicar a repetibilidade ou aleatoriedade de um processo de medição, feito sob determinadas condições.

Assim, quando uma fonte de incerteza apresentar uma componente de variabilidade, isto é, que possa ser caracterizada por um **desvio padrão** , então a fonte de incerteza será do Tipo A.

O desvio padrão de medição (**s**) é utilizado para avaliar a dispersão dos resultados da medição. Se você mediu o diâmetro de uma peça **“n”** vezes seguidas, ou se você mediu a massa de **“n”** amostras de um mesmo lote, então você poderá obter a **média de medição** \bar{x} , o seu **desvio padrão s**, assim, a **incerteza U_s** será calculada da seguinte forma:

$$U_s = \pm \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Como o desvio padrão já está na mesma unidade do mensurando, e **“n”** é um número inteiro, positivo e sem unidade, o valor da incerteza **“U”** já será fornecido na mesma unidade do mensurando.

Não entendeu?

Então veja um exemplo:

Se (**s**) estiver em metros (**m**), por exemplo e o número inteiro (**n**) não tiver unidade, significa que a divisão, ou seja, o valor de **U** também será fornecido em metros.

Note que quanto maior for o número de repetições (**n**) efetuadas na medição, menor será o valor da incerteza encontrada.

Exemplo:



Ronaldo está aprendendo sobre incerteza de medição, e resolveu fazer um experimento. Ele fez três séries de medições do diâmetro de barras cilíndricas de um lote que ele ajudou a produzir.

Na primeira série ele mediu cinco amostras, na segunda ele mediu 25 amostras, e na terceira série ele mediu 100 amostras do lote de barras. Os resultados obtidos por Ronaldo estão mostrados na tabela abaixo:

Amostras	Diâmetro médio [mm]	Desvio padrão amostral [mm]
5	20,95	10
25	21,05	8
100	20,99	6

Agora Ronaldo quer saber quanto vale a incerteza associada a cada série de medições, sabendo que trata-se de uma incerteza do **tipo A**, então ele realiza os seguintes cálculos:


$$U_5 = \pm s(20,95) = \pm \frac{10}{\sqrt{5}} = \pm 4,47 \text{ mm}$$

$$U_{25} = \pm s(21,05) = \pm \frac{8}{\sqrt{25}} = \pm 1,6 \text{ mm}$$

$$U_{100} = \pm s(20,99) = \pm \frac{6}{\sqrt{100}} = \pm 0,6 \text{ mm}$$

Note que, quanto maior o número de amostras, menor é o desvio padrão experimental, e consequentemente, menor será o valor da incerteza associada a esse desvio.

Na prática, por diversas razões, principalmente as de ordem econômica, o número de repetições de uma medição costuma ser reduzido, tipicamente variando entre três e dez.

Outro ponto importante que você deve ter em mente é que, como estamos trabalhando com um desvio padrão amostral s , significa que **a distribuição de probabilidade será do tipo t-Student** .

Incerteza tipo B

Segundo o item 2.29 do VIM, avaliação do Tipo B da incerteza de medição é a **“Avaliação duma componente da incerteza de medição determinada por meios diferentes daquele adotado para uma avaliação do Tipo A da incerteza de medição”**, ou seja, um método de avaliação da incerteza por outros meios que não a análise estatística de uma série de observações.

Confuso? Mas é exatamente o que parece: as incertezas do **Tipo B** são todas aquelas que não se encaixam na definição das incertezas do **Tipo A**.

Basicamente, nesse grupo, temos fontes de incerteza cujo comportamento é bem conhecido e, por isso, não há motivo para estimar a incerteza por um método estatístico, o que exigiria muito tempo e traria pouco ganho à medição. Incertezas deste tipo são determinadas a partir de informações acessórias e externas ao processo de medição, como manuais de uso e certificados de calibração. Um certificado de calibração de um equipamento, por exemplo, tem por finalidade estimar a sua incerteza de medição, para uma determinada faixa de medição.

Estimar a incerteza de um equipamento é um processo trabalhoso e metódico, mas ele é fundamental

para se ter um mínimo de confiabilidade na medição. Normalmente o certificado indica a faixa de medição (ou seja, o intervalo onde foi realizada a calibração), o valor da incerteza (**U**) e o fator de abrangência (**k**).

Para você entender melhor essa questão da faixa de medição, imagine o seguinte:

Digamos que você possua em sua casa uma balança que mede de 1kg à 150kg, mas seu peso corporal costuma variar, normalmente, de 50 a 55 kg e você sabe que dificilmente irá pesar 40kg ou de 120kg, pois esses valores estão fora da tua realidade...

Então, se você quiser calibrar sua balança, ao invés de calibrá-la de 1 a 150kg você pode estabelecer uma faixa de medição de 50 a 55kg, o que torna a calibração bem mais acessível financeiramente.

Entendido?

Veja abaixo mais exemplos de fontes de incerteza do tipo B:

- Afastamento da temperatura ambiente em relação à temperatura de referência estipulada.
- Resolução de leitura do indicador (analógica ou digital).
- Instabilidade da rede elétrica.
- Erro de [paralaxe](#).
- Incerteza do padrão e do instrumento de medição.
- Instabilidade do padrão e do instrumento de medição.
- Erros geométricos.
- Deformações mecânicas.
- Erro de [histerese](#), etc.

Como foi dito anteriormente, cada processo de medição tem suas fontes de incerteza características e, portanto, é fundamental pesquisar sobre as fontes de incerteza envolvidas no processo que você tem interesse. Quanto maior for a quantidade de fontes de incertezas incluídas na medição, maior será a confiabilidade no resultado da medição.

Contudo, mais importante que o tipo da fonte de incerteza é a determinação do **tipo de distribuição de probabilidade** que melhor define o seu comportamento. Algumas fontes de incerteza são bem comuns à maioria dos processos de medição, logo tem seu comportamento estatístico bem estudado e conhecido, já outras mais específicas necessitam de estudos mais aprofundados para definir sua curva característica.

Clique aqui para ver a tabela com um resumo das principais fontes de incerteza, com sua respectiva distribuição de probabilidade:

Fonte de incerteza	Tipo	Distribuição
Incerteza da repetibilidade das medições	Tipo A	t-Student
Incerteza herdada do certificado de calibração	Tipo B	Normal
Incerteza da resolução do equipamento (digital)	Tipo B	Retangular
Incerteza da resolução do equipamento (analógico)	Tipo B	Triangular
Erro máximo apresentado pelo equipamento	Tipo B	Retangular
Efeito da variação de temperatura	Tipo B	Retangular
Erro de leitura (paralaxe)	Tipo B	Triangular

Certo mas, será que, ao emitir o resultado de uma medição, vamos ter que listar todas as fontes de incerteza consideradas?

De fato, esse detalhamento não é usual, afinal, na maioria das vezes, as pessoas querem saber apenas o resultado da medição e a sua incerteza. Mas qual seria a incerteza do resultado, se acabamos de ver que são muitas? Será que é possível somar ou resumir todas essas fontes de incerteza em uma coisa só?

E a resposta é: “sim, isso é possível!”

Na verdade, podemos combinar dezenas de fontes de incerteza de medição em um único fator, que irá descrever qual é a confiabilidade da medição realizada. Esse é o conceito de incerteza combinada, que por sinal, é o tema da nossa próxima aula, não perca!

A aula de hoje fica por aqui!

Lembre-se de realizar os exercícios de fixação.

Caso surja alguma dúvida, não hesite em questionar, ok?

Bons estudos!